

BERGISCHE UNIVERSITÄT WUPPERTAL
Fachbereich B – Wirtschafts- und Sozialwissenschaften –
Betriebswirtschaftslehre/Rechnergestütztes Controlling
Univ.-Prof. Dr. Winfried Matthes

Betriebswirtschaftlicher Forschungsbericht

ISSN 1862-5908 (Print)
ISSN 1862-5916 (Internet)

Nr. 3

**Dynamische Einzelproduktionsfunktion
der Unternehmung
(Produktionsfunktion vom Typ F)**

von

Winfried Matthes

Wuppertal 2006

(4. Auflage, Nachdruck von 1991)



Betriebswirtschaftlicher Forschungsbericht

Nr. 3

**Dynamische Einzelproduktionsfunktion
der Unternehmung
(Produktionsfunktion vom Typ F)**

von

Winfried Matthes

Wuppertal 2006

(4. Auflage, Nachdruck von 1991)

Impressum:

Betriebswirtschaftslehre/Rechnergestütztes Controlling
Fachbereich B – Wirtschafts- und Sozialwissenschaften
42119 Wuppertal, Gaußstr. 20

Betriebswirtschaftlicher Forschungsbericht (Print): ISSN 1862-5908
Betriebswirtschaftlicher Forschungsbericht (Internet): ISSN 1862-5916

© Alle Rechte der Veröffentlichung, auch der auszugsweisen, liegen beim Verfasser:
Univ.-Prof. Dr. Winfried Matthes

1. Auflage 1979 (als Betriebswirtschaftliches Arbeitspapier Nr. 2/1979,
Universität zu Köln, 78 S., Köln 1979 und als DBW-Depot 80-2-4)
2. Auflage 1986 (als Betriebswirtschaftlicher Arbeitsbericht Nr. 81/1986,
Universität zu Köln, 70 S., Köln 1986)
3. Auflage 1991 (als Betriebswirtschaftlicher Forschungsbericht Nr. 3/1991,
Bergische Universität GH Wuppertal, 96 S., Wuppertal 1991)
4. Auflage 2006 (Nachdruck der 3. Auflage von 1991)

Dynamische Einzelproduktfunktion der
Unternehmung (Produktionsfunktion vom Typ F)

Inhalt:

Vorbemerkung	Seite 1
A. <u>Einführung</u>	
I. Zum Stand der dynamischen betriebswirtschaftlichen Produktionstheorie: Produktionsfunktion vom Typ E	2
II. Anforderungen an dynamische Produktionsfunktionen der Unternehmung	7
B. <u>Grundstruktur einer dynamischen Einzelproduktionsfunktion der Unternehmung</u>	11
I. <u>Abbildungsobjekt und -ziele</u> (Grundprämissen des Produktionsmodells)	11
II. <u>Parameter der Produktionsfunktion</u>	23
1. Datenparameter	23
2. Dispositionsparameter	25
a) Programmvariable	25
b) Termin- und Anpassungsvariable der Aktionen	25
c) Terminvariable bei Rüstanpassung	29
d) Zahlungsterminvariable	32
e) Lager- und Kapazitätsvariable	34
III. <u>Relationen der Produktionsfunktion</u>	38
1. Aktionsdauerfunktionen	38
2. Aktionsverbrauchsfunktionen	43
a) Teileverbrauchsfunktionen	44
b) sonstige Stoffverbrauchsfunktionen	45

c) Verbrauchsfunktionen für Arbeits- und Betriebsmittelleistungen	50
3. Projektverbrauchsfunktionen	51
4. Programmverbrauchsfunktionen	52
5. Lagerverbrauchsfunktionen	53
6. Projektzahlungsfunktionen	54
7. Terminfunktionen	55
8. Programmfunktionen	59
9. Dynamische Transformationsfunktionen	61
10. Integration zur Gesamtfunktion Typ F	65
IV. <u>Restriktionen der Produktionsfunktion</u>	71
1. Terminrestriktionen	71
2. Anpassungs- und Rüstrestriktionen	75
3. Produktionskapazitätsrestriktionen	76
4. Lagerrestriktionen	78
5. Zahlungsrestriktionen	78
6. Programmrestriktionen	79
C. <u>Zusammenfassung und Ausblick auf die Anwendungen der Einzelproduktionsfunktionen</u>	80
Literaturverzeichnis	86
Symbolverzeichnis	89

"Alle Erscheinungen überhaupt, d. i. alle Gegenstände der Sinne, sind in der Zeit, und stehen notwendigerweise in Verhältnissen der Zeit."
 IMMANUEL KANT: Kritik der reinen Vernunft, Teil I, Riga 1787

Vorbemerkung

Die zuletzt von H.-U. Küpper (1979) vorgeschlagene Dynamisierung der auf dem Input-Output-Modell basierenden betriebswirtschaftlichen Produktionsfunktionen schlägt eine Brücke zwischen Produktionsbeziehungen i.e.S. und ablauforganisatorischen Relationen des Produktionsprozesses. Um produktionswirtschaftliche und ablauforganisatorischen Interdependenzen und darüber hinaus auch deren finanzwirtschaftliche Bezüge noch intensiver erfassen zu können, wird hier auf der Basis des netzplangestützten Projektansatzes eine dynamische Produktionsfunktion konzipiert, die die noch disponiblen Vollzugsbedingungen e i n z e l n e r Prozesse/Produktionsstufen e i n z e l n e r Objekte/Produkte zu Abbildungseinheiten erhebt. Diese E i n z e l p r o d u k t i o n s f u n k t i o n führt von einer mehr potential-/produktionsstufenorientierten zu einer direkt prozessualen und notwendig dynamischen Betrachtungsweise der Produktionsrelationen zunächst für den Fall eines Einzelproduktionsprogramms, das jedoch über entsprechende Homogenitätsbedingungen der Erzeugnisse zum Serien- und - im Extremfall - Massenproduktionsprogramm entwickelt werden kann. Das Modell dient als Basis zur Entwicklung entsprechender Einzelerfolgs- und -zahlungsrechnungen sowie direkt der integrierten produktions- und finanzwirtschaftlich orientierten Projektplanung.

A. Einführung

I. Zum Stand der dynamischen betriebswirtschaftlichen Produktionstheorie: Produktionsfunktion Typ E

Die betriebswirtschaftliche Produktionstheorie entwickelt als eine Basis des betrieblichen Rechnungswesens und insbesondere seiner Entscheidungsrechnungen Grundstrukturen genereller Hypothesen über Wirkungszusammenhänge von Produktionsprozessen (i. S. jeglicher Prozesse der Kombination von Gütern zu neuen Realgütern). Diese Grundmodelle sollen im konkreten Einzelfall zur Entwicklung prognostisch verwendbarer Einzelgesetzmäßigkeiten des Produktionsprozesses, insbesondere seiner Einsatz-Ergebnis- bzw. Input-Output-Relationen anregen. Die Ansätze des bisherigen "Alphabets" der betriebswirtschaftlichen Produktionstheorie

- Produktionsfunktion Typ A "Ertragsgesetz",
- Produktionsfunktion Typ B nach Gutenberg inkl. Leontief-Produktionsfunktion,
- Produktionsfunktion Typ C nach Heinen,
- Produktionsfunktion Typ D nach Kloock und
- Produktionsfunktion Typ E nach Küpper

(vgl. Leontief 1966, Gutenberg 1973, Heinen 1970, Kloock 1969, Küpper 1979 und 1978; Schweitzer/Küpper 1974, Wittmann 1968, Lücke 1969) formulieren für unterschiedliche Produktionssituationen insbesondere bei Massen-, Sorten- und Serienprodukten allgemeine Funktionssysteme für Einsatz- und Ausstoß-/Ausbringungsmengen und deren Einfluß- und Zielgrößen. Ihre Beurteilung als Realtheorie (vgl. z. B. Steinmann/Matthes 1972 und Schweitzer/Küpper 1974 passim) ist jedoch erheblich zu relativieren: Soweit zwar ihre Variablen operational oder operationalisierbar definiert, aber die Funktoren (Zuordnungsoperatoren) bzw. die Variablenverknüpfungen und -koeffizienten nur formal definiert, nicht jedoch klas-

sifiziert oder sogar numerisch präzisiert sind, die Funktionen damit beliebige Verläufe annehmen können, stehen diese Produktionsmodelle an der Grenze zwischen Real- und Ideal- bzw. Formaltheorie und sind dementsprechend von geringer prognostischer Relevanz. Vom Ertragsgesetz und Leontief-Ansatz abgesehen, lassen sie keine Prognose über die Verlaufsrichtungen und -entwicklungen der abgebildeten Wirkungszusammenhänge zwischen Einsatz- und Ausbringungsgütermengen u. a. zu. Als Grundmodelle oder partiale Realtheorien, als realitätsbezogene Aussagemuster oder Hypothesenraster haben sie jedoch heuristische Kraft für die Analyse konkreter Problemsituationen. Dies gilt entsprechend auch für die in Zielfunktionen und Restriktionen produktionswirtschaftlich orientierter Planungsmodelle enthaltenen produktionstheoretischen Hypothesen (-raster oder -muster), die nicht explizit als eigenständige Produktionsfunktionen formuliert sind (vgl. z. B. bei Meyhak 1970 oder Chmielewicz 1972, insbes. S. 167 ff.).

Von einer statischen bzw. einperiodigen oder Durchschnittsbetrachtung ein- und später auch mehrstufiger Produktionsprozesse (Produktionsfunktion Typ A bis D) wendet sich die Entwicklung betriebswirtschaftlicher Produktionsfunktionen verstärkt einer dynamischen Betrachtungsweise zu, die Gütereinsatz und -ausbringung im Zeitablauf berücksichtigt. Nach den Multiperioden-Produktionsmodellen insbesondere von E. Schneider 1938, Tintner 1942 und 1942a, Förstner/Henn 1957, Carlsson 1956, Elsner 1964 finden sich in jüngerer Zeit hierzu Ansätze u.a. bei Edin 1971, Chmielewicz 1972, S. 178 ff., Stöppler 1975, Luhmer 1975 und H.-U. Küpper 1979. Allerdings sind auch in Heinens Produktionsfunktion Typ C insoweit dynamische Elemente enthalten als er der Ableitung ökonomischer Verbrauchsfunktionen (insbesondere für Hilfs- und Betriebsstoffe) der einzelnen Elementarkombinationen neben den technischen (Momentan-)Verbrauchsfunktionen variierbare zeitliche Belastungsfunktionen der Produktions-

aggregate zugrunde legt, die die Momentanleistung eines Potentialgutes und damit seines Momentangüterverbrauchs über die Gesamtdauer einer Elementarkombination angeben (vgl. Heinen 1970, S. 237 ff.). Dies erscheint als ein wesentlicher Ansatzpunkt für die Entwicklung dynamischer Produktionsfunktionen (so auch Schweitzer/Küpper 1974, S. 138), der auch in dem hier neu konzipierten Modell berücksichtigt wird.

Das Modell einer allgemeinen dynamischen Produktionsfunktion (= Produktionsfunktion Typ E) von H.-U. Küpper erfaßt als jüngstes Beispiel und als ein Exponent dieser Entwicklung neben Arten und Mengen auch die zeitlichen Anordnungen der Produktionsgüter: die nach Güter- und Verwendungsart (Ausbringung, Wiedereinsatz, Absatz und Lagerbestandsänderung) gekennzeichneten Gütermengen werden bestimmten Zeitpunkten oder -räumen zugeordnet - bei diskreter Teilung des Betrachtungszeitraumes in Zeitintervalle (Küpper 1979, S. 95). Auf der Basis des Aktivitäts- bzw. Input-Output-Modells geht Küpper (1979, S. 97 ff.) im Kern von folgenden Relationen aus:

- Mengengleichungen aller Güterarten pro Zeitintervall t :

$$(1) \quad r_i^t = \sum_{j \in J_i} r_{ij}^t + x_i^t + l_i^t - l_i^{t-1}, \quad \forall i \text{ und } t;$$

r_i^t = Ausbringungsmenge eines Teilprozesses i bzw. der Güterart i in Intervall t

r_{ij}^t = Einsatzmenge der Güterart i im Teilprozeß j in t

J_i = Menge der Teilprozesse j , in denen die Güterart i eingesetzt wird (Wiedereinsatzprozesse für i)

x_i^t = Absatzmenge der Güterart i in t

l_i^t = Lagerendbestand der Güterart i in t

l_i^{t-1} = Lageranfangsbestand der Güterart i in t
 = Lagerendbestand der Güterart i in $t-1$;

- dynamische Transformationsfunktionen:

$$(2) \quad r_{ij}^t = f_{ij}^d(\dots) \cdot r_j^{t+d} \quad \forall i, j \text{ und } t ;$$

d = gegebene Dauer des Transformationsprozesses j ,
 abhängig von der Fertigungszeit je Stück j und
 der Art der Weitergabe an die folgende Produktionsstufe,
 unabhängig von der Objektmenge r_j
 (= 0 bei Küpper)

= Verweilzeit von r_j in Prozeß j , $d \geq 0, \dots, D$.

(In (2) können beliebige (Stück-)Verbrauchsfunktionen $f_{ij}(\dots)$ mit beliebigen Einflußgrößen und Verläufen enthalten sein.)

Unter Berücksichtigung aller möglichen verschiedenen Prozeßdauern d ergibt sich die Grundrelation des dynamischen Input-Output-Modells:

$$(2a) \quad r_i^t = \sum_{d=0}^D \sum_{j \in J_i} f_{ij}^d(\dots) \cdot r_j^{t+d} \quad \forall i \text{ und } t ;$$

- Nichtnegativitätsbedingungen:

$$(3) \quad r_i^t, r_{ij}^t, x_i^t, l_i^t \geq 0 \quad \forall i, j \text{ und } t ;$$

- Kapazitätsbedingungen:

$$(4) \quad r_i^t \leq Q_i \quad \forall i \text{ und } t ;$$

Q_i = über t gleichbleibende Intervallkapazität der Produktivseinheit, die die Güterart i herstellt bzw. dem Teilprozeß i eindeutig zugeordnet ist.

Werden die Transformationsfunktionen (2) bzw. (2a) in die Gütermengengleichungen (1) von $t=T$ nach $t=1$ schreitend eingesetzt und diese intervallweise geordnet, so erhält man als allgemeine Form einer dynamischen Produktionsfunktion (bei Transformationsfunktionen für Verweilzeiten unterschiedlicher Dauer, vgl. Küpper 1979, S. 102 f.):

$$(5) \quad r^t = \sum_{d=0}^{T-t} F_d^* \cdot [x^{t+d} + l^{t+d} - l^{t+d-1}] , \quad t = 0, \dots, T;$$

r^t = Ausbringungsmengenvektor in t

x^t = Absatzmengenvektor in t

l^t = Lagerbestandsmengenvektor in t ;

wobei

$$(5a) \quad F_d^* = \sum_{v=1}^D (E - F_0)^{-1} \cdot F_v \cdot F_{d-v}^* ,$$

$$F_0^* = (E - F_0)^{-1} , \quad F_0 = \text{Direktverbrauchsmatrix für Verweilzeiten } d \rightarrow 0 ;$$

$$r^0 = 0 ; \quad F_1^0 = E ; \quad l^{-1} = l^0 = \text{Lagerbestandsvektor zu Beginn des Betrachtungszeitraumes.}$$

Küpper erweitert diese dynamische Produktionsfunktion unter Berücksichtigung von Kapazitäts-, Belegungs- und Umrüstungsbedingungen zu einem umfassenden Produktionsmodell, in dem sich mit Hilfe binärer intervallbezogener Auftragszuordnungs- sowie Umrüstungsvariablen alternative bzw. simulierte zeitliche Produktionsstrukturen (Ablaufstrukturen) abbilden lassen (vgl. Küpper 1979, S. 103 f. sowie 1977, S. 159 ff. - Vgl. auch ähnliche Bedingungen bei Adam 1963, S. 233 ff., Pressmar 1974, S. 462 ff., Dinkelbach 1964, Kilger 1973, S. 441 ff., Dellmann 1977).

Trotz des Anspruchs, eine allgemeine dynamische Produktionsfunktion zu entwickeln, kann - wie Küpper selbstkritisch feststellt - dieser Ansatz "lediglich als näherungsweise Abbildung der Realität unter der Annahme durchschnittlicher Fertigungsdauern und Verweilzeiten angesehen werden" (Küpper 1979, S. 103) - und dies im wesentlichen im Fall der Serienproduktion, speziell bei Chargenfertigung. Durch die Annahme konstanter Prozeßdauern bzw. Verweilzeiten bleiben die Verknüpfungen von Produktionszeiten, Güterverbräuchen und produktionswirtschaftlichen/produktorischen Anpassungsprozessen als Variationen von Produktionsgeschwindigkeiten bzw. -intensitäten, Einsatzzeiten, -mengen, -verfahren und -qualitäten der Produktiveinheiten unberücksichtigt. Die zeitpunktbezogenen Produktmengenvariablen r_i^t lassen zwar in Verbindung mit Auftragszuordnungsvariablen der Produktiveinheiten eine dynamische Abbildung des Güterflusses durch das Produktionssystem zu, sie verdecken jedoch als Variablenaggregate die Fülle an Entscheidungsvariablen bzw. Einflußgrößen dieser Anpassungsprozesse, die Produktmengen, Güterverbrauch und Prozeßzeiten gleichermaßen bestimmen. Zeitliche Verknüpfungen in Form einfacher Folgebeziehungen der Teilprozesse werden zwar durch die dynamischen Transformationsfunktionen (2) bzw. (2a) wie auch durch die Lagerbeziehungen in (1) erfaßt, jedoch ohne dabei mögliche zeitliche Spielräume im Prozeßablauf explizit zu berücksichtigen, die durch Mindest- und Höchstfristen zwischen Prozeßterminen realiter definiert sein können.

II. Anforderungen an dynamische Produktionsfunktionen der Unternehmung

Einerseits sollen Produktionsfunktionen einen theoretischen Rahmen (Interpretations- und Abbildungsmuster) für Gesetzmäßigkeiten betrieblicher Produktionsprozesse liefern, wobei real nachprüfbare nomologische Hypothesen über Güterverbräuche und Ausbringungswirkungen vor allem wohl im Bereich ein-

zelner Verrichtungen von Menschen und Betriebsmitteln als Produktpotentiale (Produktiveinheiten) bis hinunter zu Arbeitsgängen und ihren Teilen - in den Elementarkombinationen nach Heinen (1970, S. 220 ff.) - zu finden sind. Andererseits sollen solche Hypothesen auch zur Bewertung nicht nur von Produktmengen, sondern letztlich aller disponiblen Bestandteile von Produktionsprozessen dienen: außer ihren Objekten (Produktmengen) sind auch ihre gesamten Vollzugsbedingungen/-komponenten und durch diese bewirkten Beziehungs- bzw. Strukturarten zu beurteilen. Deshalb wäre es notwendig, von dem produktmengenorientierten Input-Output-Ansatz auf eine explizit prozeß- und struktur- orientierte Modellkonzeption überzugehen, die folgenden Anforderungen genügen sollte:

1. Elementare Prozeßorientierung: Analyse von solchen Partialprozessen, für die sich noch (zunächst i.S. Heinens) eindeutige Verbrauchs- und quantitativ-zeitliche Leistungsfunktionen, also letztlich Erfolgswirkungen, darüber hinaus aber auch andere reale Zielwirkungen feststellen lassen; als vorläufige Untergrenze der Betrachtung können Prozesse der Erzeugung e i n z e l n e r Güter (Stück- oder Einzelproduktionsprozesse) angesehen werden, die sukzessive zu Klein- und Großserien, schließlich Sorten- und Massenfertigungsprozessen aggregiert werden können .
2. Dynamische Strukturorientierung: Berücksichtigung der begrenzt disponiblen zeitlichen Struktur des Produktionsprozesses.
3. Entscheidungsorientierung: Berücksichtigung der disponiblen prozessualen Vollzugsbedingungen und Strukturen als Basiseinheiten der Analyse von Zielwirkungen und Interdependenzen der Produktionsprozesse. Zu den Entscheidungstatbeständen als

disponiblen Elementarmerkmalen eines Prozesses gehören zumindest (vgl. Matthes 1972):

- personelle Vollzugskomponenten: die Menschen als Entscheidungs- und Ausführungsträger (Produktiveinheit) eines Prozesses und ihre Verhaltensweisen und -bedingungen;
- instrumentale Vollzugskomponenten: die Qualitäten und Quantitäten aller Einsatzgüter eines Prozesses, ihre Einsatzgeschwindigkeiten/Intensitäten und (täglichen) Einsatzzeiten/Arbeitsbedingungen;
- kombinative Vollzugskomponenten: die Verfahren des Prozesses als Kombinationsmethoden für alle seine Einsatzgüter;
- Objekt: die materiellen und immateriellen Ergebnisse (Produkte) eines Prozesses;
- räumliche Vollzugskomponenten: Ort(e) und Wege des Prozeßablaufs;
- zeitliche Vollzugskomponenten: Termine, Folgebeziehungen und Dauer des Prozeßablaufs;

sowie die durch zwischen diesen Merkmalen konstituierten Relationsarten und -mengen (Strukturen):

- personale Strukturen: Entscheidungs-, Kontroll-, Informations- und Kommunikations-, Machtstrukturen;
- instrumentale Strukturen: Verarbeitungs- bzw. Transformationsstrukturen, Qualitäts-, Kapazitäts-, Intensitäts- und Arbeitszeitstrukturen;
- kombinative oder Verfahrensstrukturen: Abhängigkeiten der einzelnen Technologien in der verschiedenen Unternehmensbereichen;
- Objektstrukturen: Programm- und Lagerstrukturen auf allen Produktionsstufen;
- Raumstrukturen: Orts- und Wegenetze;
- Zeitstrukturen: Folge- und Terminstrukturen.

4. Polyzentristische multiple Zielorientierung: Berücksichtigung aller für die Willensbildungszentren der Unternehmung (Kapitaleigner, Unternehmensführung, Mitarbeiter; Verbände, Staat und Gesellschaft) relevanten vielfach mehrdimensionalen Ziele als Objekte der Wirkungsanalysen von Produktionsprozessen (vgl. hierzu die neuere Übersicht bei Schiemenz/Seiwert 1979), insbesondere:
- individuelle und soziale Sicherheits- und Entwicklungsziele;
 - Ergiebigkeits- und Einkommensziele;
 - Machtziele.

Die bisher in der betriebswirtschaftlichen Produktionstheorie überwiegend berücksichtigten mengenmäßigen Ergiebigkeitsziele treffen zwar einen wesentlichen, aber nicht einzigen Wirkungsbereich des Produktionsprozesses. In diesem Sinne muß eine betriebswirtschaftliche Produktionstheorie letztlich weit mehr als dynamisierte Analysen von Input-Output-Relationen anpacken, insbesondere dann, wenn sie die notwendigen Verknüpfungen mit der Arbeitsphysiologie und -psychologie, der Organisations und der allgemeinen betrieblichen Zieltheorie anstrebt.-

Der nachfolgend nur in seinen Grundzügen skizzierte Ansatz einer dynamischen Produktionsfunktion will in begrenztem Umfang zu einem weiteren Schritt der Entwicklung der betriebswirtschaftlichen Produktionstheorie anregen, indem er einen theoretischen Bezugsrahmen für eine elementarprozeßorientierte, dynamisch struktur- und partial entscheidungs- sowie in noch sehr bescheidenem Umfang multipel zielorientierte Produktionstheorie konstruiert. Anders als die Input-Output-Modelle, die zunächst die Massen-, Sorten- und Serienproduktion betrachten, geht er von Einzelproduktionsprozessen/Ein-

zelprojekten aus, die sukzessive zu Klein- und Großserienprozessen entwickelt werden können. Bausteine des Modells sind in ihren Grundzügen

- die auf Elementarkombinationen bezogenen Teile der Produktionsfunktion Typ C (Heinen 1970, S. 222 ff.),
- die Theorie betrieblicher Anpassungsformen (Gutenberg 1973, S. 342 ff., Kosiol 1964, S. 53 ff.),
- die netzplangestützten Projektmodelle mit Beschleunigungsprozessen in Verbindung mit dem Modell der Aktionsdauerabhängigkeiten des Verfassers (vgl. Matthes 1970, S. 132-232 und dort angegebene Literatur; auch Knolmayer/Rückle 1976, S. 431 ff.).

B. Grundstruktur einer dynamischen Einzelproduktionsfunktion der Unternehmung

I. Abbildungsobjekt und -ziele (Grundprämissen des Produktionsmodells)

Gegenstand der Abbildung sind zunächst beliebig gestufte kon- und divergierende bzw. netzartige Produktionsprozesse für einzelne Güter (Endprodukte als Individualerzeugnisse oder Projekte i), die das Einzelfertigungsprogramm einer Unternehmung konstituieren. Die notwendigen Zwischen- und Vorprodukte (Teile) eines Enderzeugnisses liegen aufgrund seiner gegebenen Gesamttechnologie (Projekttechnologie) qualitativ und quantitativ fest; die Teile-Verarbeitungsstruktur (= Objektstruktur als Summe der Verarbeitungs- bzw. Transformationsbeziehungen zwischen den Einzelteilen, Baugruppen und Endprodukten) ist in einer Direktverbrauchsmatrix $\overline{F}_i$ fixiert (vgl. Abb. 1):

$$(6) \quad \bar{F}_i = \begin{bmatrix} \dots \\ f_{ijk} \\ \dots \end{bmatrix}, \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{mit den } \underline{\text{Stückverbrauchsfunctio-}} \\ \text{nen} \\ (6a) \quad f_{ijk} = f_{ijk}(r_{ik}), \quad j, k=1, \dots, n_i \\ \text{für alle Projekte } i, \quad i=1, \dots, m; \end{array} \right.$$

f_{ijk} = Produktions- bzw. Verarbeitungskoeffizient für Teile/Baugruppen der Art j , die in einem Prozeß k des Projekts i verarbeitet werden

r_{ik} = Gütermenge der Art k = Ausbringung des Prozesses ik

Die Gesamtverbrauchsfunctio- nen der Teile

$$(7) \quad r_{ijk} = f_{ijk}(r_{ik}) \cdot r_{ik} ,$$

r_{ijk} = Verbrauchsmengen der Güterart j im Prozeß ik ,

führen für jedes Projekt i bei gegebener Endproduktmenge $\bar{r}_i$, $\bar{r}_i \geq 1$, zu eindeutigen Teilbedarfen

$$(7a) \quad r_{ijk} = f_{ijk}(\bar{r}_{ik}) \cdot \bar{r}_{ik} = \bar{r}_{ijk} \text{ mit}$$

$$(7b) \quad r_{ij} = \sum_{k \in N_{ij}} r_{ijk} \quad \text{und (7c) } \bar{r}_i = r_{in_i} ,$$

N_j = Menge aller technologischen Folgeprozesse ik eines Prozesses ij

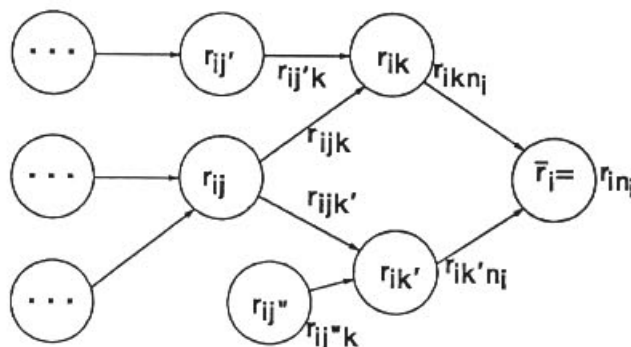


Abb.1 – Verarbeitungsstruktur eines Enderzeugnisses i mit Zwischen- und Vorprodukten (Teilen) j und k

Für alle übrigen Einsatzgüter der Prozesse ij können alternative bzw. mehrdeutige Transformationsbeziehungen bestehen wie sie unten in B.III.2 näher erläutert werden.

Aus der Verarbeitungsstruktur eines Projektes i , die zugleich die Menge aller technologisch bedingten Teilaufgaben des Projekts definiert, wird das Netz der diese Teilaufgaben erfüllenden Partialprozesse (Aktionen) ij unter Berücksichtigung der zwischen ihnen existierenden Folgebeziehungen bzw. Terminrelationen abgeleitet. Als Relationstypen der technologisch bedingten zeitlichen Struktur eines Projektes i werden hier vorausgesetzt:

- Minimalfristrelation (nichtnegative Terminrelation) zwischen zwei Aktionen ij und ik bzw. ihren Anfangsterminen t_{ij} und t_{ik} :

$$(8a) \quad t_{ik} - t_{ij} \geq a_{ijk}, \quad a_{ijk} = \text{geg. Minimalfrist}, \quad a_{ijk} \geq 0;$$

- Maximalfristrelation (nichtpositive Terminrelation) zwischen zwei Aktionen ij und ik bzw. ihren Anfangsterminen t_{ij} und t_{ik} :

$$(8b) \quad t_{ij} - t_{ik} \geq -a'_{ijk} = a_{ikj}, \quad a'_{ijk} = \text{geg. Maximalfrist},$$

$$a'_{ijk} \geq 0;$$

wobei ex def.

$$(8c) \quad t_{ij} + a_{ijk} \leq t_{ik} \leq t_{ij} + a'_{ijk} \text{ bzw. } a_{ijk} \leq a'_{ijk}$$

Für eine Aktion ik gegebene absolute Terminfristen werden auf den definierten Anfang des Planungszeitraumes $0, T$, $t = 0$, oder den Anfangstermin t_{i0} des Projektes i bezogen:

- Minimaltermin für Aktion ik (mit (8a)):

$$(8d) \quad t_{ik} - t_{io} \geq a_{iok}, \quad a_{iok} = \text{geg. Mindesttermin für } ik;$$

- Maximaltermin für Aktion ik (mit (8b)):

$$(8e) \quad t_{io} - t_{ik} \geq -a'_{iok} = a_{iok}, \quad a'_{iok} = \text{geg. Höchsttermin};$$

wobei

$$(8f) \quad t_{io} \geq 0.$$

Zeitliche Identitäten von Aktionsterminen

$$(8g) \quad t_{ij} = t_{ik}$$

und fixierte Zeitabstände zwischen Aktionsterminen

$$(8h) \quad t_{ij} + a_{ijk} = t_{ik}$$

werden jeweils in ein Bedingungs paar (8a) und (8b) mit $a_{ijk} = a'_{ijk}$ überführt. Bei kontinuierlich definierten Aktionen lassen sich alle realiter auftretenden Folgebeziehungen bzw. Terminrelationen auf die Relationstypen (8a) und (8b) reduzieren (vgl. hierzu Roy 1962, Algan 1964, Matthes 1973 und 1979, Wille/Gewald/Weber 1972 u.a. Literatur zur Projektabbildung in MPM-Netzwerken).

Die Netzabbildung eines Projektes unterliegt dabei folgenden Regeln:

Regel 1: Jede Aktionsvariable t_{ij} , $i=1, \dots, m$, $j=0, 1, \dots, n_i, z=n_i+1$, mit $t_{io} = \text{Projektanfangstermin}$, $t_{iz} = \text{Projektendtermin}$, wird als ein Knoten ij , $ij \in N$, eines gerichteten Netzwerks

$G=(N,A)$ interpretiert und graphisch durch ein Kreis- oder Rechteckzeichen dargestellt.

Regel 2: Jede Terminrelation bzw. -bedingung der Art (8a) bzw. (8b) (und entsprechend (8d) bzw. (8e)) wird als eine gerichtete Kante (ij,ik) , $(ij,ik) \in A$, mit der Länge (Mächtigkeit) $a(ij,ik) = a_{ijk}$ bez. $-a'_{ijk}$ interpretiert und graphisch durch einen vom Knoten ij bzw. ik zum Knoten ik bzw. ij führenden Pfeil dargestellt.

Regel 3: Der Anfangstermin für das gesamte Projektprogramm $t_0=0$ wird nach Regel 1, die für die Projektanfangstermine t_{i0} geltenden Terminbedingungen der Art (8d) und (8e) werden nach Regel 2 abgebildet. (Sinngemäß kann für den Endtermin $t_z=T$ des Projektprogramms, die Projektendtermine t_{iz} und die für sie geltenden Terminbedingungen verfahren werden.)

Bei Konsistenz aller Terminbedingungen treten im Netz G keine (Kanten-)Zyklen mit strikt positiver Länge auf (Roy 1962; zur Konsistenzprüfung vgl. Dimsdale 1963, mit Ergänzungen Matthes 1973 sowie Wille/Gewald/Weber 1972). Ein Mini- und Maximalfristen abbildendes Netz kann als komplexes Terminnetz, ein nur Minimalfristen darstellendes Netz als einfaches Terminnetz bezeichnet werden (vgl. Matthes 1979). Es ist von den Produktionswegenetzen, die Input-Output- bzw. Transformationsbeziehungen zwischen Partialprozessen bzw. den diesen zugeordneten Produktionspotentialen/Produktiveinheiten darstellen deutlich zu unterscheiden; insbesondere werden Verarbeitungs- bzw. Wegezyklen in einem Netz der Produktionswege/Verarbeitungsstruktur/Input-Output-Relationen nicht durch Aktionszyklen sondern durch Aktions- bzw. Kantenfolgen in einem Terminnetz abgebildet, während Zyklen von

Terminrelationen, die jeweils mindestens eine Maximalfrist-relation/nichtpositive Terminrelation (8b) enthalten und als Kantenzyklen eines Terminnetzes dargestellt werden, keine Entsprechung in einem Produktionswege-/Input-Output-Netz finden. Ergänzt durch drei Maximalfristen, läßt sich aus der in Abb. 1 dargestellten Verarbeitungsstruktur z.B. folgendes Projektterminnetz entwickeln (Abb. 2):

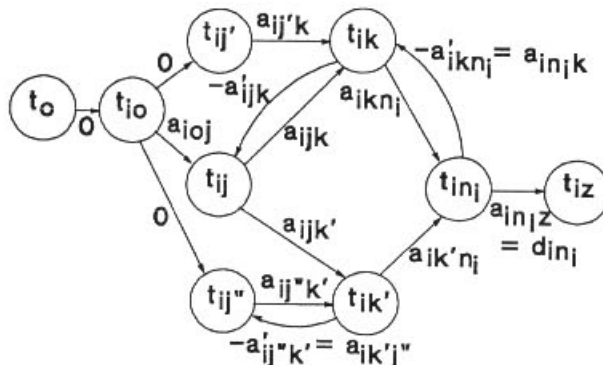


Abb. 2 - Terminnetz eines Projekts i
(d_{ij} = Dauer der Aktion ij , $a_{ijk} \geq d_{ij}$)

(Die in Abb. 1 angedeuteten Vorprodukte sind Gegenstand von Beschaffungsaktionen, die ggf. wie die Verarbeitungsaktionen im Projektnetz dargestellt werden können.)

Zur Beschaffung von Vorprodukten, zur Herstellung und zum Absatz von Zwischen- und Endprodukten werden für jedes Projekt i n_i (Produktions-) Aktionen ij , $j=1, \dots, n_i$, definiert, die als Partialprozesse/Produktionsstufen von einer oder mehreren Produktiveinheiten vollzogen werden. Explizite Bezugspunkte der Betrachtung sind damit nicht in erster Linie Produktionsstellen, sondern die ihnen jeweils mehrdeutig zugeordneten Partialprozesse. Diese explizit prozessuale Betrachtung kommt insbesondere in den hier verwendeten Terminnetzen zum Ausdruck.

Jede Aktion kann auf verschiedene Weise, in alternativen Anpassungskombinationen ija realisiert werden, die jeweils durch spezielle Einsatzgeschwindigkeiten, -zeiten, -mengen, -qualitäten und -verfahren der an einer Aktion ij betei-

ligten Produktiveinheiten bzw. Einsatzgüter gekennzeichnet sind. Für eine (elementare) Anpassungskombination ija einer Aktion ij eines Projektes i wird hier vorausgesetzt:

1. ihre Produktmenge ist $\text{fix} := r_{ija} = \bar{r}_{ij}$;
2. ihre Produktionsdauer d_{ija} ist eindeutig determiniert;
3. ihre produktionswirtschaftlichen/produktorischen Vollzugsbedingungen als Ausprägungen der verschiedenen Anpassungsformen sind eindeutig über die gesamte Dauer d_{ija} fixiert; d.h. bei einem bestimmten Produktionsverfahren liegen die Intensitäten, (täglichen) Einsatzzeiten, Qualitäten und Quantitäten der benötigten Produktiveinheiten/Potentialgüter/multiplexen Leistungsträger der verschiedenen Personalkategorien p und Betriebsmittelkategorien b sowie die Qualitäten und Quantitäten der benötigten sonstigen Einsatzgüter (Repetiergüter/simplexe Leistungsträger), insbesondere Stoffe und Energien der verschiedenen Kategorien m fest; dabei gilt:
4. die pro Zeiteinheit der Produktionsdauer d_{ija} benötigten Mengen/Kapazitätsbedarfe $c_{ijap/b}$ der Produktiveinheiten der verschiedenen Kategorien p bzw. b sind über die gesamte Dauer d_{ija} konstant und gegeben sowie
5. der einer Anpassungskombination direkt zurechenbare Gesamtverbrauch sonstiger Einsatzgüter c_{ijam} der verschiedenen Kategorien m ist unter Berücksichtigung von Verbrauchsfunktionen eindeutig ableitbar;

6. Bar- und Kreditausgaben (baz_{ijh} , vaz_{ijh} ; h = lfd. Zahlungsnummer) für bestimmte der Anpassungskombination direkt zurechenbare Einsatzgüter sind mit ihren Zahlungsfristen und Beträgen (nicht jedoch Terminen) gegeben.

Die alternativen Anpassungskombinationen ija , $a \in A_{ij}$ (A_{ij} = gegebene Menge an Anpassungskombinationen einer Aktion ij) lassen sich auf folgende Weisen gewinnen (vgl. Gutenberg 1973, S. 342 ff., Kosiol 1964, S. 54 ff., Matthes 1970, S. 132 ff.):

1. unmittelbare Variationen der Aktionsdauer:

- Variationen der Arbeitsgeschwindigkeiten/ Intensitäten der in einer Aktion eingesetzten Produktiveinheiten (= intensitätsmäßige Anpassung der Aktionsdauer);
- Variationen der täglichen Arbeitszeiten der in einer Aktion eingesetzten Produktiveinheiten (= arbeitszeitliche Anpassung der Aktionsdauer);
- Variationen der Mengen der in einer Aktion eingesetzten Produktiveinheiten (= quantitative Anpassung der Aktionsdauer), wobei mehrere Produktiveinheiten die Aktion entweder in parallelen gleichlangen Arbeitsgängen realisieren oder sie als nicht zerlebares Arbeitsgesamt ausführen;

2. mittelbare Variationen der Aktionsdauer:

- Variationen der Aktionstechnologie im Rahmen der vorgegebenen Projekttechnologie (= verfahrensmäßige Anpassung der Aktionsdauer);
- Variationen der Qualitätsgrade der Einsatzgüter im Rahmen der Aktions- und Projekttechnologie und der qualitativen Tolerenzen des Aktionsobjekts (= qualitative Anpassung der Aktionsdauer).

Die unmittelbaren Aktionsdauervariationen werden bei gegebener Aktionstechnologie und gegebenen Einsatzgüterqualitäten isoliert oder kombiniert durchgeführt, die mittelbaren Aktionsdauervariationen nur in Verbindung mit bestimmten unmittelbaren Aktionsdauervariationen realisiert. Die Gesamtmenge A_{ij} alternativer Anpassungskombinationen einer Aktion ij kann feste (limitationale) wie auch - im Fall verfahrensmäßiger und qualitativer Aktionsdauervariation - variable (substitutionale) Einsatzmengenverhältnisse aufweisen. Für jede einzelne Anpassungskombination werden limitationale Produktverhältnisse unterstellt: durch die produktionswirtschaftlichen/produktorischen Vollzugsdeterminanten werden die Einsatzgütermengen über Verbrauchs- und Belastungsfunktionen eindeutig determiniert (vgl. unten B. III). Für eine Aktion selbst kann über die diskreten Anpassungskombinationen Substitutionalität der Einsatzgüter bestehen, wenn verfahrensmäßige und Qualitative Anpassungen möglich sind.

Eine Aktion eines Projektes läßt sich damit hier als outputfixe limitationale oder substitutionale zeitvariable oder -fixe Elementarkombination i.S. Heinens (Heinen 1970,

S. 236 f., 1978, S. 371 f.) interpretieren, für die endlich viele alternative diskrete Anpassungskombinationen definiert sind. Die Stufung der einzelnen Größen der Anpassungskombinationen wird nach Maßgabe des möglichen Messungs- und Rechenaufwandes vorgenommen, der Grenzfall kontinuierlicher Anpassungen (insbesondere bei Intensitäten und Arbeitszeiten) wird hier kalkülbedingt ausgeschlossen. Die einzelne Anpassungskombination bildet die Basiseinheit für die Zurechnung der verschiedenen Zielwirkungen, insbesondere für Verbrauchs-, Dauer-, Kapazitäts- und Liquiditätswirkungen.

Die einzelnen Projektaktionen sind gemäß der gegebenen Verarbeitungsstruktur und anderen vertraglich/planerisch gegebenen zeitlichen Bedingungen der Art (8a) und (8b) untereinander und mit Zahlungsprozessen (Aktionszahlungen) verknüpft, die von den Anpassungskombinationen unabhängig sind, z.B. Ausgaben für Planungs- und Kontrolltätigkeiten oder -informationen, fixe Kapazitäten wie gemietete Räume oder Fahrzeuge u.ä. Jeder Anpassungskombination selbst können spezielle Zahlungen, vorwiegend Ausgaben, als Ergänzung der Aktionszahlungen zugeordnet sein (Anpassungszahlungen). Im Gegensatz zu den konjunkt verknüpften zeitlichen Beziehungen der Aktionszahlungen sind die Zeitrelationen aller den alternativen Anpassungskombinationen einer Aktion zugeordneten Zahlungen disjunkt verknüpft (vgl. Abb. 3). Auf der Ebene des Gesamtprozesses eines Produkts treten ebenfalls Zahlungen (Projektzahlungen) auf, die als Ausgaben und Einnahmen nur das Projekt als Ganzes betreffen, nicht jedoch seinen einzelnen Aktionen oder deren Anpassungskombinationen zugeordnet werden können. Ergänzende Bezugsebenen von Produktionszahlungen können Aktionsgruppen, Projektgruppen, schließlich das Projekt-/Produktionsprogramm des gegebenen Planungszeitraumes sein (Aktionsgruppen-, Projektgruppen- und Programmzahlungen). Die Hierarchie der Abbildungsobjekte

zeigt Abb. 4. An produktionsbezogenen Zahlungskategorien werden hier neben Bar- auch Kredit-/Vor- und zugehörige Tilgungszahlungen (-einnahmen und -ausgaben) berücksichtigt (zu den Zahlungskategorien vgl. Kosiol 1976, S. 130 ff.).

Die zeitlichen Zusammenhänge zwischen den Projektaktionen und ihnen zugeordneten Zahlungsprozessen lassen sich in einem integrierten Produktions- und Zahlungsnetz eines Projektes erfassen (Abb. 3). Soweit die Terminrelationen der Zahlungsprozesse untereinander und mit denen der Produktionsaktionen konjunkt verknüpft sind, wird das integrierte Netz nach denselben Regeln wie das Terminnetz des Produktionszusammenhangs eines Projektes konstruiert (vgl. oben S. 14); Disjunktionen (hier: Exklusionen) der Terminrelationen der Anpassungszahlungen werden durch gesonderte Zeichen ($\bowtie$) markiert.

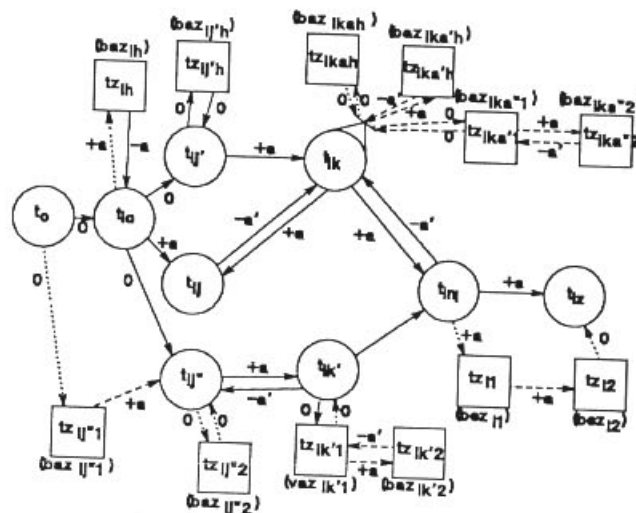
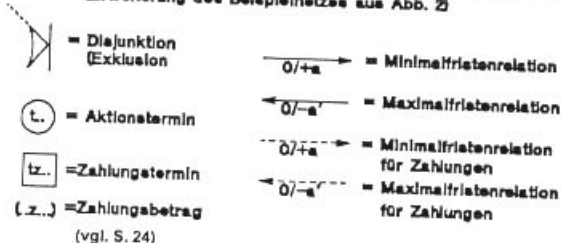


Abb. 3 – Integriertes Produktions- und Zahlungsnetz eines Projektes
(Erweiterung des Beispielnetzes aus Abb. 2)



Projektprogramm	-----	Programmzahlungen
Projektgruppe...Projektgruppe	-----	Projektgruppenzahlungen
Projekt...Projekt...Projekt i	-----	Projektzahlungen (Ein- und Auszahlungen: .ez _{ih} , .az _{ih})
Aktionsgruppe...Aktionsgruppe	-----	Aktionsgruppenzahlungen
Aktion...Aktion...Aktion ij	-----	Aktionszahlungen (Ein- und Auszahlungen: .ez _{ijh} , .az _{ijh})
Anpassungs- kombination...Anpassungs- kombination ija	-----	Anpassungszahlungen (Auszahlungen: .az _{ijah})
<u>Barzahlungen:</u>		Bareinnahmen = bez Barausgaben = baz.....
<u>Kredit- bzw. Vorzahlungen:</u>		Voreinnahmen = vez Vorausgaben = vaz.....
(h = lfd. Zahlungsnummer;	$h \in H_i$, H_i	= Menge der Zahlungen des Projektes i
	$h \in H_{ij}$, H_{ij}	= Menge der Zahlungen der Aktion ij
	$h \in H_{ija}$, H_{ija}	= Menge der Zahlungen der Anpassungskom- bination ija)

Abb. 4 - Hierarchie der Produktions- und Zahlungsprozesse

Das hier entwickelte Produktionsmodell soll die Produktions- und ihnen zugeordneten Zahlungsprozesse zunächst mit ihrem Ablaufzusammenhang abbilden und damit als Rahmen eines umfassenden integrierten Planungsmodells der Projektgestaltung dienen. Kern des Produktionsmodells ist ein Komplex von Aktionsdauer-, Verbrauchs-, Zahlungs-, Termin- und Programmfunktionen, die zu einem dynamischen System von Transformationsfunktionen führen und verschiedenen Interdependenzen begründenden Restriktionen unterliegen. Das Transformationssystem als dynamisches Gütermengengerüst bildet die Basis

der Ableitung dynamischer Erfolgs- und Liquiditätswirkungen eines Projektes und Projektprogrammes. Parameter, Funktions- und Restriktionsarten des Produktionsmodells werden in den folgenden Abschnitten B.II bis IV skizziert, an die sich Hinweise zur Entwicklung einer Einzelerfolgs- und -finanzrechnung für Projekte sowie eines integrierten Projektplanungsmodells anschließen.

II. Parameter des Produktionsmodells

1. Datenparameter

Für ein Projekt, seine Aktionen und deren Anpassungskombinationen sind als einwertige Daten gegeben:

- Produktmengen/Projektobjekte $= r_i \quad [\text{ME}] \quad , \quad i=1, \dots, m$
- Zwischen- (und Vorprodukt-)mengen/ Aktionsobjekte $= r_{ij} = r_{ija} \quad [\text{ME}] \quad , \quad \begin{matrix} j=1, \dots, n_i, \\ a \in A_{ij} \end{matrix}$
- Produktionskoeffizienten für Teile- bzw. Aktionsobjektverarbeitung $= f_{ijk} \quad \begin{bmatrix} \text{ME} \\ \text{ME} \end{bmatrix} \quad j, k=1, \dots, n_i$
- Aktionsdauern der Anpassungskombinationen $= d_{ija} [\text{ZE}] \geq 0$
- Minimalfristen für Aktionstermine $= a_{ijk} \quad [\text{ZE}] \geq 0$
- Maximalfristen für Aktionstermine $= a'_{ijk} \quad [\text{ZE}] \geq 0$
- Kapazitätsbedarfe der Anpassungskombinationen
 - an Personal verschiedener Kategorien p $= c_{ijap} \quad [\text{ME}/\text{ZE}]$
 - an Betriebsmitteln verschiedener Kategorien b $= c_{ijab} \quad [\text{ME}/\text{ZE}]$

- an Teilen/Aktionsobjekten der Kategorie j für eine Aktion k $= r_{ijk}$ [ME]
- an sonstigen Einsatzgütern, insbes. Stoffen verschiedener Kategorien m $= c_{ijam}$ [ME]
- Zahlungsbeträge (Bar- und Kreditbeträge [GE]
 - der Projekte: Einnahmen $= bez_{ih}$ bzw. vez_{ih}
Ausgaben $= baz_{ih}$ bzw. vaz_{ih}
 - der Aktionen: (Einnahmen $= bez_{ijh}$ bzw. vez_{ijh})
Ausgaben $= baz_{ijh}$ bzw. vaz_{ijh}
 - der Anpassungs-
kombinationen: Ausgaben $= baz_{ijah}$ bzw. vaz_{ijah}
- Anfangslagerbestände (= Endlagerbestände in $t=-1$)
 - an Endprodukten der verschiedenen Arten I' $= \bar{r}_{I',-1} = 0$
 - an Zwischenprodukten der verschiedenen Arten J $= \bar{r}_{J,-1} \geq 0$
 - an Vorprodukten/Teilen der verschiedenen Arten J' $= \bar{r}_{J',-1} \geq 0$
 - an sonstigen Einsatzgütern/Repetiergütern, insbes. Stoffen der verschiedenen Arten m $= \bar{r}_{m,-1} \geq 0$
- Kapazitätsanfangsbestände/Anfangsbestände der Potentialgüter (= Kapazitätsendbestände in $t=-1$)
 - an Personal der verschiedenen Kategorien p $= \bar{r}_{p,-1} \geq 0$
 - an Betriebsmitteln der verschiedenen Kategorien b $= \bar{r}_{b,-1} \geq 0$
 - Beschaffung sonstiger Einsatzgüter/Repetiergüter/Stoffe der verschiedenen Kategorien m in allen t, $t \in T$ $= \bar{ma}_{mt} \geq 0$
 - Beschaffung von Betriebsmittelpotential der verschiedenen Kategorien b in allen t, $t \in T$ $= \bar{ma}_{bt} \geq 0$

Darüber hinaus werden die hier nicht weiter spezifizierten Datenparameter der Partialfunktionen des Produktionsmodells als realiter gegeben angenommen.

2. Dispositionsparameter/Entscheidungsvariable

Der Definition der Dispositionsparameter/Entscheidungsvariablen des Modells liegt ein Handlungs-/Planungszeitraum $[0, T]$ zugrunde, der in äquidistante Zeitintervalle $[t-1, t]$ mit $t = 1, \dots, T$ zerlegt ist: $\bar{T}$ = Zeitpunktmenge.

a) Programmvariable

Die Endproduktmengen alternativer Projekte i verschiedener Endproduktarten I' des Produktionsprogramms I der Unternehmung,

$$r_i, i \in I', i \in \bar{T}, i = 1, \dots, m,$$

werden durch binäre Programmvariable y_i erfaßt:

$$(9) \quad y_i = \begin{cases} 1, & \text{wenn Projekt } i \text{ realisiert wird;} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

wobei

$$(9a) \quad r_i = \begin{cases} y_i & \text{bei vollständiger Einzelfertigung,} \\ \sum_{i \in I'} y_i & \text{bei wiederholter Einzelfertigung} \\ & \text{bzw. Serienfertigung der Produktart } I'. \end{cases}$$

b) Termin- und Anpassungsvariable der Aktionen

Jede Anpassungskombination ija einer Aktion ij eines Projektes i wird durch eine binäre Anpassungsvariable x_{ija} erfaßt:

$$(10) \quad x_{ija} = \begin{cases} 1, & \text{wenn Aktion } ij \text{ mit der Anpassungs-} \\ & \text{kombination } a \text{ durchgeführt wird;} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$i \in \bar{I}, j \in J_i$ (J_i = Aktionenmenge des Projektes i),
 $j=1, \dots, n_i$,

$a \in A_{ij}$ (A_{ij} = Menge der Anpassungskombinationen a der Aktion ij),
 $a=1, \dots, o_{ij}$;

wobei

$$(10a) \quad \sum_{a \in A_{ij}} x_{ija} = Y_i \quad \forall i \text{ und } j.$$

Zur Abbildung des Prozeßablaufs werden die Anpassungsvariablen dynamisiert (vgl. Pritsker/Watters/Wolfe 1969, S. 93 ff.):

$$(10b) \quad x_{ijat} = \begin{cases} 1, & \text{wenn Aktion } ij \text{ mit der Anpassungs-} \\ & \text{kombination } a \text{ ausgeführt und in } t \\ & \text{beendet wird,} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$i \in \bar{I}, j \in J_i, a \in A_{ij}, t \in \bar{T}. t=0, 1, \dots, T,$

wobei

$$(10c) \quad \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t \in T} x_{ijat} = Y_i \quad \forall i \text{ und } j.$$

und, sofern im Produktions- und Zahlungsnetz jedes Projektes keine disjunkten Terminrelationen von Anpassungszahlungen auftreten,

$$(10d) \quad (t_{ij}^{\min} + d_{ij}^{\min}) \leq t \leq (t_{ij}^{\min} + d_{ij}^{\min})$$

$d_{ij}^{\min}$ = kürzestmögliche Dauer der Aktion ij
 $t_{ij}^{\min}$ bzw. $t_{ij}^{\min}$ = unter der Voraussetzung kürzestmöglicher Dauern aller Aktionen bestimmter frühest- bzw. spätestzulässiger Anfangstermin der Aktion ij.

Die frühest- und spätestzulässigen Aktions- und Zahlungs- termine werden anhand von Projektterminnetzen/MPM-Netzen (vgl. oben S. 13 f. Abb. 2 und S. 21, Abb. 3) mit Hilfe des Ford-Fulkerson-Algorithmus zur Bestimmung längster Ketten oder anderer Standard-Algorithmen der Linearen Programmierung ermittelt, sofern die Netze ausschließlich Konjunktionen der Terminrelationen aufweisen (vgl. Ford/Fulkerson 1962, S. 130 f. Wille/Gewald/Weber 1972, Matthes 1979, S. 8 ff.). Bei disjunkten Terminrelationen entfällt eine Eingrenzung der Definitionsbereiche der Terminvariablen nach (10d).

Für den Endtermin einer Aktion ij, t_{ij}'' , gilt:

$$(11a) \quad t_{ij}'' = \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{ijat} ,$$

für die Dauer einer Aktion ij, d_{ij} :

$$(11b) \quad d_{ij} = \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t \in \bar{T}} d_{ija} \cdot x_{ijat} ,$$

für den Anfangstermin einer Aktion ij, t_{ij} :

$$(11c) \quad t_{ij} = \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t \in \bar{T}} (t - d_{ija}) x_{ijat} .$$

Für den Projektanfang bzw. das Projektende wird die fiktive Aktion io bzw. iz ($z=n_i+1$) mit den Terminvariablen x_{iot} bzw. x_{izt} definiert:

$$(12a) \quad x_{iot} = \begin{cases} 1, & \text{wenn Projekt } i \text{ in } t \text{ begonnen} \\ & \text{wird,} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$i \in \bar{I}, \quad t \in \bar{T}, \quad t=0,1,\dots,T,$$

wobei

$$(12b) \quad \sum_{t \in \bar{T}} x_{iot} = y_i \quad \text{und}$$

$$(12c) \quad 0 \leq tf_{io} \leq t \leq ts_{io}^{\min}, \quad \forall i,$$

- entsprechend (10d);

tf_{io} = frühestzulässiger Projektanfangstermin,

$ts_{io}^{\min}$ = unter der Voraussetzung kürzestmöglicher Dauern aller Aktionen eines Projektes i bestimmter spätestzulässiger Projektanfangstermin;

$$(12d) \quad x_{izt} = \begin{cases} 1, & \text{wenn Projekt } i \text{ in } t \text{ beendet} \\ & \text{wird;} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$i \in \bar{I}, \quad t \in \bar{T}, \quad t=0,1,\dots,T,$$

wobei

$$(12e) \quad \sum_{t \in \bar{T}} x_{izt} = y_i \quad \text{und}$$

$$(12f) \quad tf_{iz}^{\min} \leq t \leq ts_{iz} \leq T, \quad \forall i,$$

- entsprechend (10d);

$$\begin{aligned}
 t_{f_{iz}}^{\min} &= \text{unter der Voraussetzung kürzest möglicher Dauern aller Aktionen eines Projektes bestimmter frühestzulässiger Projektendtermin,} \\
 t_{s_{iz}} &= \text{spätestzulässiger Projektendtermin.}
 \end{aligned}$$

Als Projektanfangstermin t_{i0} ergibt sich:

$$(12g) \quad t_{i0} = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{iot}$$

als Projektendtermin t_{iz} :

$$(12h) \quad t_{iz} = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{izt} ; \text{ (vgl. oben S. 13 f.)}.$$

c) Terminvariable bei Rüstanpassung

Umfaßt ein Aktionsobjekt mehrere Zwischenprodukteinheiten, so können diese zu einem fixen Fertigungslos mit einem einheitlichen Rüstvorgang = erste Teilaktion mit der Rüstzeit dr_{ij} und entsprechend wiederholten Fertigungsvorgängen, die zusammen die zweite Teilaktion mit der Fertigungszeit df_{ij} bilden, zusammengefaßt werden, wobei $d_{ij} = dr_{ij} + df_{ij}$. Derart fixierte Fertigungslose gleicher Produktart, die von verschiedenen Aktionen eines oder mehrerer Projekte realisiert werden, können jedoch, was die bisherige Modellformulierung noch nicht zuläßt, dann zu einem größeren Fertigungslos zusammengefaßt werden, wenn sie von der betreffenden Produktiveinheit kontinuierlich ausgeführt werden. In diesem Fall könnten die Rüstvorgänge der einzelnen Lose ersetzt werden durch einen einzigen Rüstgang für das Gesamtlos, dessen gesamte Produktionszeit damit entsprechend reduziert werden müßte. Die zeitliche Gestaltung und der Umfang der Vorbereitung der für derartige losfähige Aktionen benötigten Produktiveinheiten wird hier als Variante der bisher skizzierten Aktionsdaueranpassung berücksichtigt.

Aktionen ij , die homogene Produkte der für die Losbildung geeigneten Produktart $\hat{J}$ erzeugen und gemeinsam vorbereitet werden können (= losfähige Aktionen der Rüstkategorie $\hat{J}$), weisen bei im übrigen jeweils fixierten produktionswirtschaftlichen/produktorischen Vollzugsdeterminanten zwei Anpassungszustände auf:

1. individuelle Vorbereitung/Einzelrüstung:

wenn der Aktion keine andere losfähige Aktion derselben Rüstkategorie unmittelbar und ohne Wartezeit vorangeht, wird sie einzeln vorbereitet und ausgeführt; ihre Dauer d_{ij1} umfaßt

- die Einzelrüstzeit = dr_{ij} und
- die Ausführungszeit = df_{ij} , d.h.

$$(13a) \quad d_{ij1} = dr_{ij} + df_{ij} .$$

Dieser Anpassungszustand wird durch binäre Terminvariable x_{ij1t} erfaßt:

$$(13b) \quad x_{ij1t} = \begin{cases} 1, & \text{wenn die Aktion } ij \text{ mit Einzel} \\ & \text{rüstung und der Dauer } d_{ij1} \text{ in } t \\ & \text{beendet ist;} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

2. kollektive Vorbereitung/Losrüstung:

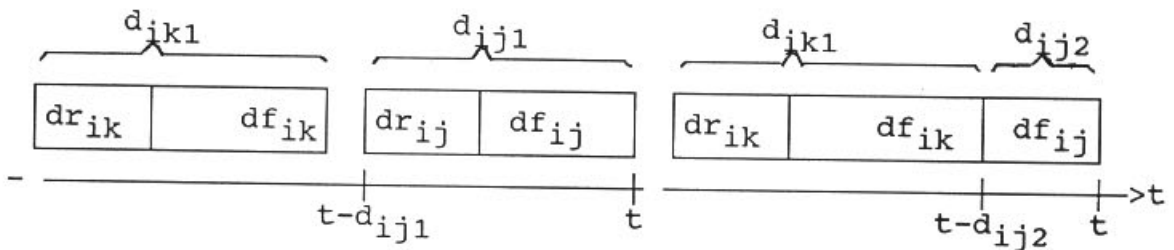
wenn der Aktion eine andere losfähige Aktion ihrer Rüstkategorie unmittelbar und ohne Wartezeit vorangeht, entfällt ihre Einzelrüstung; die Vorbereitung für die ihr vorangehende(n) Aktion(en) gilt auch für sie, so daß ihre Dauer d_{ij2} nur noch die Ausführungszeit df_{ij} umfaßt, d.h.

$$(13c) \quad d_{ij2} = df_{ij} .$$

Dieser Anpassungszustand wird durch binäre Terminvariable x_{ij2t} erfaßt:

$$(13d) \quad x_{ij2t} = \begin{cases} 1, & \text{wenn die Aktion } ij \text{ ohne Einzelrüstung bzw. mit Kollektivrüstung und der Dauer } d_{ij2} \text{ in } t \text{ beendet ist;} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Beide Anpassungszustände erläutert Abb. 5:



1. Einzelrüstung für die Aktionen ij und ik

2. Losrüstung für Aktion ij und Einzelrüstung für Aktion ik

Abb. 5 - Einzel- und Losrüstung einer Aktion ij

Für die Terminvariablen bei Rüstungsanpassungen gelten folgende Bedingungen:

$$(13e) \quad \sum_{a=1}^2 \sum_{t \in \bar{T}} x_{ijat} = Y_i \quad \forall i \text{ und } j, j \in \hat{J};$$

$$(13f) \quad x_{ij2, t+d_{ij2}} - \sum_{ik \in \hat{VJ}_{ij}} x_{ikat} \leq 0 \quad \forall t, i \text{ und } j, j \in \hat{J};$$

$\hat{VJ}_{ij}$ = Menge aller losfähigen Aktionen der Rüstkategorie $\hat{J}$, die Aktion ij vorangehen können;

$$(13g) = (10d) \quad (tf_{ij}^{\min} + d_{ij}^{\min}) \leq t \leq (ts_{ij}^{\min} + d_{ij}^{\min})$$

unter der Voraussetzung ausschließlicher Konjunktionen im Projektnetz (vgl. S.26f.).

(13f) verhindert für Aktion ij in t stets dann Anpassungszustand 2 (Losrüstung), wenn in t keine einzeln oder kollektiv vorbereitete Aktion ik derselben Rüstkategorie $\hat{J}$ beendet wird, während es für den gegenteiligen Fall offen bleibt, ob Aktion ij mit individueller oder kollektiver Vorbereitung in t beginnt - was erst unter Erfolgsgesichtspunkten, insbesondere Rüst- und Lagerkosten, entschieden werden kann. Losfähige Aktionen derselben Kategorie $\hat{J}$ weisen identische Kapazitätsbedarfe auf; andere produktionswirtschaftliche/produktorische Anpassungen entfallen für sie. Die folgenden Ausführungen zu den Partialfunktionen des Produktionsmodells gelten für losfähige Aktionen sinngemäß, soweit keine speziellen Annahmen getroffen werden.

d) Zahlungsterminvariable

Wie die Produktionsaktionen werden auch die ihnen zugeordneten Zahlungsprozesse (Anpassungs-, Aktions- und Projektzahlungen) mit gegebenen Einnahmen- oder Ausgabenbeträgen durch binäre Terminvariable abgebildet:

- Terminvariable einer Anpassungszahlung
(Anpassungszahlungsvariable) =

$$(14a) \quad z_{ijaht} = \begin{cases} 1, & \text{wenn die der Anpassungskombination} \\ & \text{ija zugeordnete Zahlung in in } t \\ & \text{geleistet wird,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$i \in \bar{I}, j \in J_i, a \in A_{ij}, h \in H_{ija}, t \in \bar{T}, 0 \leq t \leq T,$

wobei

$$(14b) \quad \sum_{t \in \bar{T}} z_{ijaht} = \sum_{t \in \bar{T}} x_{ijat} \quad \forall i, j, a \text{ und } h \in H_{ija} ;$$

$$(14c) \quad \underline{\text{Anpassungs-}} \quad \underline{\text{zahlungstermin}} \quad t z_{ijah} = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijaht} .$$

- Terminvariable einer Aktionszahlung
(Aktionszahlungsvariable) =

$$(15a) \quad z_{ijht} = \begin{cases} 1, & \text{wenn die der Aktion } ij \text{ zugeordnete} \\ & \text{Zahlung } h \text{ in } t \text{ geleistet wird,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$i \in \bar{I}, j \in J_i, h \in H_{ij}, t \in \bar{T}, 0 \leq t \leq T,$
bzw. (10d),

wobei

$$(15b) \quad \sum_{t \in \bar{T}} z_{ijht} = \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ij}} x_{ijat} = Y_i \quad \forall i, j, \text{ und } h \in H_{ij} ;$$

$$(15c) \quad \underline{\text{Aktionszahlungstermin}} \quad t z_{ijh} = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijht}$$

- Terminvariable einer Projektzahlung
(Projektzahlungsvariable) =

$$(16a) \quad z_{iht} = \begin{cases} 1, & \text{wenn die dem Projekt } i \text{ zugeordnete} \\ & \text{Zahlung } h \text{ in } t \text{ geleistet wird,} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

$i \in \bar{I}, h \in H_i, t \in \bar{T}, 0 \leq t \leq T, \text{ bzw. (10d),}$

wobei

$$(16b) \quad \sum_{t \in \bar{T}} z_{iht} = Y_i \quad \forall i \text{ und } h \in H_i ;$$

$$(16c) \quad \underline{\text{Projektzahlungstermin}} \quad t z_{ih} = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{iht} .$$

e) Lager- und Kapazitätsvariable

Die durch die Projektaktionen erzeugten Produktmengen r_{ij} führen, sofern sie nicht unmittelbar weiterverarbeitet werden, zu Zwischen- und Endproduktlagern, deren Umfang insbesondere durch die Aktionstermine determiniert wird. Zwischen einer r_{ij} erzeugenden Aktion ij und den r_{ij} weiterverarbeitenden Aktionen ik ergibt sich der Lagerendbestand r_{ijt} des Gutes J , $j \in J$, für die Periode $[t, t+1]$ nach

$$(17) \quad r_{ijt} = \sum_{a \in A_{ij}} r_{ij} \cdot x_{ijat} - \sum_{k \in N_{ij}} \sum_{a \in A_{ik}} r_{ijk} \cdot x_{ika, t+d_{ika}}$$

N_{ij} = Menge der technologischen Nachfolger
ik von ij

$\forall i, j$ und t , $0 \leq t \leq T$.

Werden in mehreren Projekten i Güter der Art J als Zwischenprodukte erzeugt, gilt für den Zwischenproduktlagerbestand der Güterart J in t bzw. für die Periode $[t, t+1]$, r_{Jt} :

$$(18) \quad r_{Jt} = \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J} \sum_{a \in A_{ij}} r_{ij} \cdot x_{ijat}$$

(Lagerzugang in t)

$$- \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J} \sum_{k \in N_{ij}} \sum_{a \in A_{ik}} r_{ijk} \cdot x_{ika, t+d_{ika}}$$

(Lagerabgang in t zur Weiterverarbeitung)

$$+ r_{J, t-1}$$

(Anfangslagerbestand in t)

$\forall J$ und t , $0 \leq t \leq T$, mit $r_{J, -1} = \bar{r}_{J, -1}$.

Für Endprodukte der Güterart I' ergibt sich als Absatzlagerbestand $r_{I',t}$ in t bzw. für die Periode $[t, t+1]$, wenn die Aktionen in_i die Absatzaktionen der Projekte darstellen:

$$\begin{aligned}
 (19) \quad r_{I',t} &= \sum_{i \in I'} \sum_{j \in V_{in_i}} \sum_{a \in A_{ij}} r_{ij} \cdot x_{ij,a,t} \\
 &\quad (\text{Absatzlagerzugang in } t) \\
 &\quad - \sum_{i \in I'} \sum_{j \in V_{in_i}} \sum_{a \in A_{in_i}} r_{ijn_i} \cdot x_{in_i,a,t+d_{in_i,a}} \\
 &\quad (\text{Absatzlagerabgang in } t) \\
 &\quad + r_{I',t-1} \\
 &\quad (\text{Anfangslagerbestand in } t)
 \end{aligned}$$

V_{in_i} = Menge aller technologischen Vorgänge ij (Endstufenaktionen) einer Absatzaktion in_i

$\forall I' \text{ und } t, 0 \leq t \leq T$, mit $r_{I',-1} = 0$.

Für fremdbezogene Teile (Vorprodukte) der Güterart J' , die durch Beschaffungsaktionen ij bereitgestellt werden, bestimmt sich der Beschaffungslagerbestand/Vorproduktlagerbestand $r_{J',t}$ in t bzw. für die Periode $[t, t+1]$ als

$$\begin{aligned}
 (20) \quad r_{J',t} &= \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J'} \sum_{a \in A_{ij}} r_{ij} \cdot x_{ij,a,t} \\
 &\quad (\text{Beschaffungslagerzugang in } t) \\
 &\quad - \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J'} \sum_{k \in J_i} \sum_{a \in A_{ik}} r_{ijk} \cdot x_{i,k,a,t+d_{i,k,a}} \\
 &\quad (\text{Beschaffungslagerabgang in } t)
 \end{aligned}$$

$$+ r_{J',t-1}$$

(Anfangslagerbestand in t)

$$\forall J' \text{ und } t, 0 \leq t \leq T, \text{ mit } r_{J',-1} = \bar{r}_{J',-1}.$$

Für alle übrigen Einsatz-/Repetiergüter, insbesondere Stoffe der verschiedenen Kategorien m, die nicht als spezifizierte Teile/Vorprodukte der Güterarten J' in den Produktionsaktionen ver- und bearbeitet werden, ergibt sich als Lagerbestand in t bzw. für Periode t,t+1, r_{mt} :

$$\begin{aligned}
 (21) \quad r_{mt} = & r_{m,t-1} \\
 & \text{(Anfangslagerbestand in t)} \\
 & + \bar{ma}_{mt} \\
 & \text{(Lagerzugang/Beschaffung in t)} \\
 & - \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} c_{ijam} \cdot x_{ija,t+d_{ija}} \\
 & \text{(Aktionsverbrauch bei Aktionsbeginn in t)} \\
 & - \left(\sum_{i \in \bar{I}} \bar{c}_{im} \cdot x_{iot} \right. \\
 & \quad \text{(Projektverbrauch bei Projektbeginn in t; vgl. (45))} \\
 & \quad \left. + \sum_{t'=0}^t \bar{c}_{im}^* \cdot x_{iot'} \right) \\
 & \quad \text{(Projektverbrauch bei Projektdurchführung in t; vgl. (46))} \\
 & - \frac{\bar{c}_{Pg,m}}{T} \sum_{i \in \bar{I}} w_i \cdot y_i \\
 & \quad \text{(Programmverbrauch in t; vgl. (49))}
 \end{aligned}$$

$$\forall m \text{ und } t, 0 \leq t \leq T, \text{ mit geg. } \bar{r}_{m,-1}, \bar{ma}_{mt}.$$

Entsprechend (21) läßt sich das Leistungspotential von Betriebsmitteln der verschiedenen Kategorien b in t , r_{bt} , definieren:

$$\begin{aligned}
 (22) \quad r_{bt} = & r_{b,t-1} \\
 & \text{(Anfangspotential in } t) \\
 & + \overline{ma}_{bt} \\
 & \text{(Potentialzugang/Beschaffung in } t) \\
 & - \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t'=t+1}^{t+d_{ija}} c_{ijab} \cdot x_{ijat} \\
 & \text{(Potentialverbrauch in } [t, t+1] \text{ bei Aktions-} \\
 & \text{durchführung)} \\
 & - \left(\sum_{i \in \bar{I}} \bar{c}_{ib} \cdot x_{iot} \quad + \sum_{t'=0}^t \bar{c}_{ib}^* \cdot x_{iot'} \right) \\
 & \text{(Projektverbrauch bei Projektbeginn in } t; \text{ vgl. (45a))} \quad \text{(Projektverbrauch bei Projektdurchführung in } [t, t+1]; \text{ vgl. (46))} \\
 & - \frac{c_{Pg,b}}{T} \sum_{i \in \bar{I}} w_i \cdot Y_i \\
 & \text{(Programmverbrauch in } t; \text{ vgl. (49))} \\
 & \forall b \text{ und } t, 0 \leq t \leq (T-1), \text{ mit geg. } \bar{r}_{b,-1}, \overline{ma}_{bt}.
 \end{aligned}$$

III. Relationen der Produktionsfunktion

1. Aktionsdauerfunktionen

Die Anpassungskombinationen a , $a \in A_{ij}$, einer Aktion ij sind durch jeweils bestimmte Einsatzgeschwindigkeiten, -zeiten und -mengen der an ihr beteiligten Arbeitskräfte- und Betriebsmittelarten sowie Qualitätsgrade ihrer Einsatzgüter, verbunden mit einem bestimmten Produktionsverfahren, kurz: durch eine bestimmte produktionswirtschaftliche/produktori-sche Struktur gekennzeichnet. Diskrete Variationen dieser Größen innerhalb ihrer gegebenen Grenzen definieren den Anpassungsraum einer Aktion, der mit seinen zeitlichen Wirkungen durch Aktionsdauerfunktionen erfaßt werden kann. Für jeweils eine bestimmte Kombination mittelbar aktionsdauerwirksamer Größen (Einsatzgüterqualitäten und Produktionsverfahren) gibt eine generell mehrdeutige Aktionsdauerfunktion bei unmittelbarer Aktionsdauervariation die Wirkungen aller zulässigen Kombinationen der unmittelbar aktionsdauerwirksamen Größen (Einsatzgeschwindigkeiten, -zeiten und -mengen der beteiligten Produktiveinheiten bzw. Arbeitskräfte und Betriebsmittel) auf die Dauer einer Aktion bei fixierter Produktmenge an:

$$(23) \quad d_{ij} = f_d(vp'_{ij}, vb'_{ij}; tp'_{ij}, tb'_{ij}; up'_{ij}, ub'_{ij}; \bar{v}f_{ij}, \bar{q}'_{ij}, \bar{r}_{ij})$$

$vp'_{ij} = (v_{1ij}, \dots, v_{pij}, \dots, v_{\bar{p}ij})$ als Vektor der diskret variierbaren Intensitätsgrade v_{pij} der p an Aktion ij beteiligten Arbeitskräftearten;

$vb'_{ij} = (v_{1ij}, \dots, v_{bij}, \dots, v_{\bar{b}ij})$ als Vektor der diskret variierbaren Intensitätsgrade v_{bij} der b an Aktion ij beteiligten Betriebsmittelarten;

$tp'_{ij} = (t_{1ij}, \dots, t_{pij}, \dots, t_{\bar{p}ij})$ als Vektor der diskret variierbaren Einsatzzeiten t_{pij} der $\bar{p}$ an ij beteiligten Arbeitskräftearten p ;

$tb'_{ij} = (t_{1ij}, \dots, t_{bij}, \dots, t_{\bar{b}ij})$ als Vektor der diskret variierbaren Einsatzzeiten t_{bij} der $\bar{b}$ an ij beteiligten Betriebsmittelarten b ;

$up'_{ij} = (u_{1ij}, \dots, u_{pij}, \dots, u_{\bar{p}ij})$ als Vektor der diskret variierbaren Einsatzmengen u_{pij} der $\bar{p}$ an ij beteiligten Arbeitskräftearten p ;

$ub'_{ij} = (u_{1ij}, \dots, u_{bij}, \dots, u_{\bar{b}ij})$ als Vektor der diskret variierbaren Einsatzmengen u_{bij} der $\bar{b}$ an ij beteiligten Betriebsmittelarten b ;

wobei

$$(23a) \quad 0 < v_{p/b,ij}^{\min} \leq v_{p/b,ij} \leq v_{p/b,ij}^{\max},$$

$$0 < t_{p/b,ij}^{\min} \leq t_{p/b,ij} \leq t_{p/b,ij}^{\max},$$

$$0 < u_{p/b,ij}^{\min} \leq u_{p/b,ij} \leq u_{p/b,ij}^{\max}, \text{ so da\ss}$$

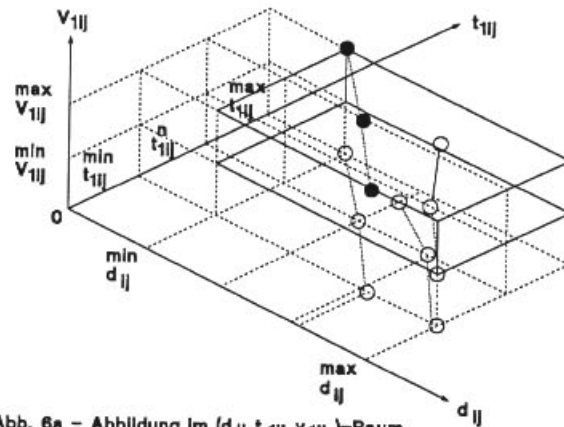
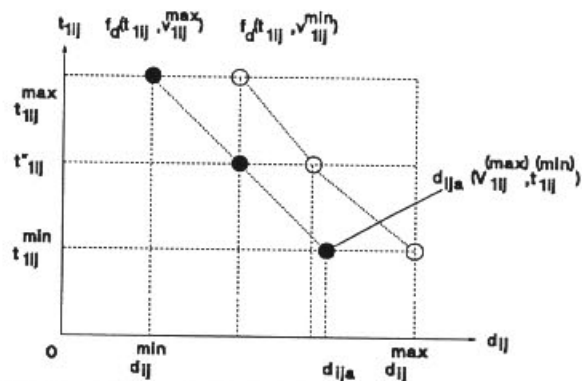
$$(23b) \quad 0 \leq d_{ij}^{\min} \leq d_{ij} \leq d_{ij}^{\max};$$

$\bar{v}f_{ij}$ = geg. Produktionsverfahren der Aktion ij ,

$\bar{q}'_{ij}$ = Vektor der geg. Qualitätsgrade aller an ij beteiligten Einsatzgüter,

$\bar{r}_{ij}$ = geg. Produktmenge von ij .

Abb. 6 gibt ein Beispiel einer Aktionsdauerfunktion bei diskreter Variation von Einsatzgeschwindigkeit und -zeit einer an der Aktion ij beteiligten Produktiveinheit.

Abb. 6a - Abbildung im (d_{ij}, t_{ij}, v_{ij}) -RaumAbb. 6b - Abbildung im (d_{ij}, t_{ij}) -RaumAbb. 6 - Beispiel einer Aktionsdauerfunktion $t_d(v_{ij}, t_{ij})$

(23) unterstellt isolierte und kombinierte Variation unmittelbar aktionsdauerwirksamer Größen, die während des Aktionsvollzugs konstant bleiben oder hier als Durchschnittsgrößen angenommen werden. Der praktisch häufige Fall der Variabilität der aktionsdauerwirksamen Größen (insbesondere der Intensitätsgrade) während des Aktionsvollzugs (z.B. durch wiederholte Anlauf-, Leerlauf- oder Stillstandszeiten der Betriebsmittel) läßt sich hier entweder erheblich vergrößert mit einer Durchschnittsbetrachtung an die Prämisse der Vollzugskonstanz von (23) anpassen - für viele praktische Fälle ausreichend -, durch eine Zerlegung der betrachteten Aktion in solche Teilaktionen, für die die Prämisse der Vollzugskonstanz von (23) erfüllt oder eine hinreichend genaue Durchschnittsbetrachtung erreicht ist, oder durch eine entsprechende Dynamisierung der Aktionsdauerfunktionen berücksichtigen (zu den Grundformen der Aktionsdauerfunktion vgl. Matthes 1970, S. 138 ff.). Diese letztere Mög-

lichkeit wird hier mit gewissen Einschränkungen in das Modell einbezogen.

Werden entsprechend der Grundprämisse (vgl. S. 23), daß für jede Anpassungskombination einer Aktion die Kapazitätsbedarfe an Personal und Betriebsmitteln über die gesamte Dauer der Aktion konstant bleiben, nur Veränderungen von Einsatzgeschwindigkeiten und -zeiten der bei jeder Anpassungskombination mit bestimmter Anzahl eingesetzten Arbeitskräfte und Betriebsmittel während des Aktionsvollzugs berücksichtigt, so verändert sich (23) wie folgt zu einer dynamisierten Aktionsdauerfunktion bei unmittelbarer Aktionsdauervariation:

$$(24) \quad d_{ij} = f_{dt}(v_{pt,ij}, v_{bt,ij}; T_{pt,ij}, T_{bt,ij}; \\ up'_{ij}, ub'_{ij}; \bar{v}f_{ij}, \bar{q}'_{ij}, \bar{r}_{ij})$$

$v_{p/b,t,ij}$ = Matrix der Intensitätsgrade $v_{p/b,t,ij}$ in den Teilperioden t des Aktionsvollzugs für die beteiligten Arbeitskräfte-/Betriebsmittelarten p/b ;

$T_{p/b,t,ij}$ = Matrix der Einsatzzeiten $t_{p/b,t,ij}$ in den Teilperioden t des Aktionsvollzugs für die beteiligten Arbeitskräfte-/Betriebsmittelarten p/b ;

jeweils $t = 1, \dots, d_{ij}^{\max}$; sonst wie (23).

Können in einer Aktion ij mehrere alternative Produktionsverfahren (vf_{ij}) und Einsatzgüterqualitäten (q'_{ij}) eingesetzt werden, so existiert für jede zulässige (vf_{ij}, q'_{ij})-Kombination k , $k=1, \dots, \bar{k}$, eine Aktionsdauerfunktion (23) oder (24) bei unmittelbarer Aktionsdauervariation. Die Geltungsbereiche (23a) und (23b) dieser einzelnen Funktionen werden sich i.a. überlappen. Wie die Funktionen bei unmittelbarer Aktionsdauervariation ist die sie vereinigende komplexe Aktionsdauerfunktion bei mittelbarer und unmittelbarer Aktionsdauervariation generell mehrdeutig; sie gibt die Zeitwirkungen aller für eine Aktion existierenden/geplanten Anpassungskombinationen an (vgl. Abb. 7):

$$\begin{aligned}
 (25) \quad d_{ij} &= \bigcup_k d_{ij,k} = f \left[\bigcup_{k=1}^{\bar{k}} f_{d,k}(\dots; v_{f_{ij,k}}, q'_{ij,k}; \bar{r}_{ij}) \right] \\
 &= f_d^*(v_{ij}, T_{ij}, U_{ij}, v_{f_{ij}}, Q_{ij}; \bar{r}_{ij})
 \end{aligned}$$

v_{ij} = Menge (Tensor 2./3. Stufe) der variablen Intensitätsgrade $v_{p/b,ij,k}/v_{p/b,t,ij,k}$ für die in den verschiedenen Kombinationen k an ij beteiligten Arbeitskräfte-/Betriebsmittelarten p/b ;

T_{ij} = Menge (Tensor 2./3. Stufe) der variablen Einsatzzeiten $t_{p/b,ij,k}/t_{p/b,t,ij,k}$ für die in den verschiedenen Kombinationen k an ij beteiligten Arbeitskräfte-/Betriebsmittelarten p/b ;

U_{ij} = Menge (Tensor 2. Stufe) der variablen Einsatzmengen $u_{p/b,ij,k}$ der in den verschiedenen Kombinationen k an ij beteiligten Arbeitskräfte-/Betriebsmittelarten p/b ;

$v_{f_{ij}}$ = Verfahrensvariable (Tensor 0. Stufe) der Aktion ij ;

Q_{ij} = Menge (Tensor 2. Stufe) der variablen Einsatzgüterqualitäten $q'_{ij,k}$ der Aktion ij ;

$$p/b=1, \dots, \bar{p}/\bar{b}; \quad k=1, \dots, \bar{k}; \quad t=1, \dots, d_{ij}^{\max}.$$

Bei Abbildungen der Anpassungskombinationen ija durch ihre Terminvariablen x_{ijat} läßt sich für (25) schreiben:

$$\begin{aligned}
 (26) \quad d_{ij} &= f_d^{**}(X_{ij}) \\
 X_{ij} &= \text{Matrix der Terminvariablen} \\
 &\quad x_{ijat}; \quad a=1, \dots, \bar{a}, \quad a \in A_{ij}; \\
 &\quad t=(0), 1, \dots, T.
 \end{aligned}$$

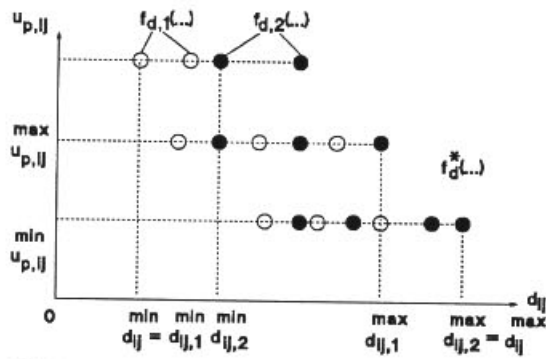


Abb. 7 - Komplexe Aktionsdauerfunktion bei mittelbarer und unmittelbarer Aktionsdauervariation
($u_{p,ij}$ ist allen k Funktionen $f_{d,k}$ gemeinsame Variable.)

Bei losfähigen Aktionen ergibt sich jeweils eine eindeutige Aktionsdauerfunktion. Bei sonst gleichbleibenden Produktionsbedingungen variiert das Rüstverfahren, wobei der Einzelrüstung ($vf_{ij,1}$) und der Losrüstung ($vf_{ij,2}$) jeweils eine Aktionsdauer eindeutig zugeordnet ist (vgl. Abb. 8):

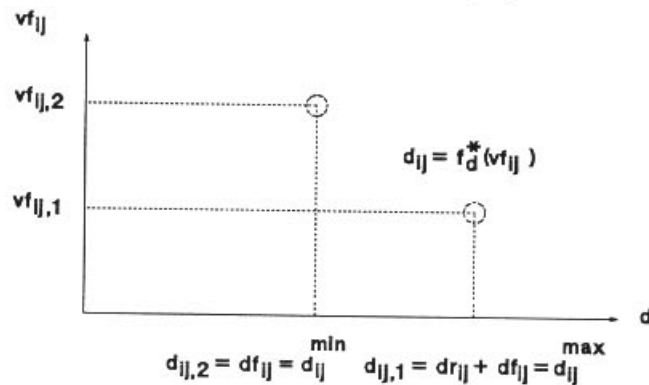


Abb. 8 - Aktionsdauerfunktion losfähiger Aktionen

$$(27) \quad \begin{aligned} d_{ij} &= f_d^*(vf_{ij}) \\ &= f_d^{**}(X_{ij}) \quad , \quad X_{ij} = \text{Matrix der Terminvariablen} \\ &\quad x_{ij1t} \text{ und } x_{ij2t}. \end{aligned}$$

2. Aktionsverbrauchsfunktionen

Jeder der in einer Aktionsdauerfunktion einer Aktion ij erfaßten Anpassungskombinationen ija sind Güterverbräuche folgender Kategorien eindeutig zugeordnet:

- Teileverbrauch der in Vorgängeraktion ik erzeugten oder beschafften Arten k

$$= r_{ijak} = r_{ikj}$$

- sonstiger Stoff-/Repetiergüterverbrauch der Arten m $= c_{ijam} = c_{ijam}^*$
 - Verbrauch an Arbeitsleistungen der Arten p $= c_{ijap} \cdot d_{ija} = c_{ijap}^*$
 - Verbrauch an Betriebsmittelleistungen der Arten b $= c_{ijab} \cdot d_{ija} = c_{ijab}^*$
- (vgl. die Datenparameter oben S.23f.)

Der einer Anpassungskombination direkt zurechenbare Güterverbrauch (= Anpassungsverbrauch oder (alternativer) Aktionsverbrauch wird im folgenden aus einzelnen Verbrauchsfunktionen insbesondere der beteiligten Produktiveinheiten (Arbeitskräfte, Betriebsmittel) abgeleitet. Den Aktionsdauerfunktionen entsprechend werden dann die einzelnen alternativen Anpassungsverbräuche der verschiedenen Güterarten in Aktionsverbrauchsfunktionen zusammengefaßt, die jeweils die Abhängigkeit der Güterverbräuche einer Aktion von ihrer Dauer bzw. den diese bestimmenden Anpassungskombinationen bzw. Produktionsbedingungen/-strukturen darstellen.

a) Teileverbrauchsfunktionen

Für die in einem Projekt i be- und verarbeiteten Teile r_{ikj} der einzelnen Aktionen/Produktionsstufen k, die in jeweils folgenden Aktionen/Produktionsstufen j eingesetzt werden, existieren realiter i.a. direkte (oft auch proportionale) Abhängigkeiten von den Ausbringungsmengen der Nachfolgerstufen/-aktionen r_{ij} :

$$(28) \quad r_{ijak} = r_{ikj} = f_{ikj}(r_{ij}) \cdot r_{ij} \quad \forall a, a \in A_{ij}.$$

Diese Teileverbrauchsfunktion gilt für die Aktion ij und damit für jede ihrer Anpassungskombinationen ija. Sie entspricht, von der etwas veränderten Symbolisierung abgesehen, der Funktion (7), S. 12, als Element der Verarbeitungsstruktur des Projektes.

Die Produktionskoeffizienten $f_{ikj} = f_{ikj}(r_{ij})$ erfassen den gesamten Teileverbrauch (inkl. Ausschuß) pro Stück des Zwi-

schenproduktes der Aktion ij und sind bei vorgegebener Produktmenge $\bar{r}_{ij}$ eindeutig fixiert, so daß

$$(29) \quad r_{ikj} = f_{ikj}(\bar{r}_{ij}) \cdot \bar{r}_{ij} = \text{const.}$$

b) Sonstige Stoffverbrauchsfunktionen

Für sonstige, nicht im Projekt erzeugte Stoffe/Repetiergüter, insbesondere Hilfs- und Betriebsstoffe, lassen sich - entsprechend dem Ansatz der Produktionsfunktion Typ C von Heinen (1970, S. 250 u. 247 ff.) - direkt produkt-/aktionsobjektabhängige Verbräuche und direkt von den Leistungen der in einer Aktion eingesetzten Produktiveinheiten abhängige, indirekt produkt-/aktionsobjektabhängige Verbräuche unterscheiden. Für den direkt produktabhängigen Stoffverbrauch einer Güterart m gilt eine Verbrauchsfunktion der Art

$$(30) \quad c_{ijm}^* = c_{ijm} = f_{ijm}(r_{ij}) \cdot r_{ij} \quad \forall a, a \in A_{ij}.$$

Wegen des pro Aktion ij fixierten Produktes $\bar{r}_{ij}$ gilt

$$(31) \quad c_{ijm} = f_{ijm}(\bar{r}_{ij}) \cdot \bar{r}_{ij} = \text{const.}$$

Für den indirekt produktabhängigen Stoffverbrauch sind die (ökonomischen) Verbrauchsfunktionen aus den technischen Verbrauchsfunktionen sowie den Belastungsentwicklungen der an einer Aktion beteiligten Produktiveinheiten unter Berücksichtigung der durch die Anpassungskombinationen gegebenen Einsatzbedingungen abzuleiten (vgl. Heinen 1970, S. 247 ff., 224 ff. sowie speziell für Projekte bei Matthes 1970, S. 141 ff.).

Eine technische Verbrauchsfunktion erfaßt für ein einzelnes an einer Aktion ij während ihrer gesamten Dauer d_{ij} beteiligtes Betriebsmittel einer Kategorie b bei fixierten qualitativen Eigenschaften und einem bestimmten Produktionsverfahren den Momentanverbrauch einer Stoffart m in Abhängig-

keit von der Momentanleistung/-intensität des Betriebsmittels. Gilt

$$(32a) \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta r_m}{\Delta t} = \frac{dr_m}{dt} = \text{Momentanverbrauch der Güterart } m,$$

$$(32b) \quad \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta A_b}{\Delta t} = \frac{dA_b}{dt} = \text{Momentanleistungen des Betriebsmittels der Art } b,$$

mit r_m = Verbrauchsmenge der Güterart m ,

A_b = (physikalische) Arbeitsmenge des Betriebsmittels der Art b ,

so läßt sich die Momentanverbrauchsfunction einer bei einem Betriebsmittel der Art b eingesetzten Güterart m allgemein formulieren als

$$(32) \quad \frac{dr_m}{dt} = f_{mb} \left(\frac{dA_b}{dt} \right); \text{ vgl. Heinen 1970, S. 225 f.}$$

Die während des Aktionsvollzugs geleistete Arbeit (als technisch-physikalische Leistungsabgabe) des Betriebsmittels der Art b läßt sich für eine bestimmte Anpassungskombination a in seiner Intensitäts-/Belastungsfunktion (Zeitbelastungsbild, Heinen 1970, S. 229 ff.) erfassen:

$$(33) \quad v_{bij} = \frac{dA_{bij}}{dt} = f_{bija}(t, \bar{d}_{ija}), \quad 0 \leq t \leq \bar{d}_{ija};$$

v_{bij} = Intensität des in der Aktion ij eingesetzten Betriebsmittels der Art b ;

A_{bij} = Arbeitsmenge des in der Aktion ij eingesetzten Betriebsmittels der Art b .

Bei den hier für die Aktionen unterstellten output-fixen und - bei fixierten Produktionsverfahren und Einsatzgüterqualitäten - limitationalen Kombinationsverhältnissen ist die Aktionsdauer $\bar{d}_{ija}$ ein wesentlicher Parameter einer Belastungs-

funktion (vgl. z.B. die in Abb. 9 gezeigten für alternative Anpassungskombinationen $a=1$ und 2 geltenden Verläufe).

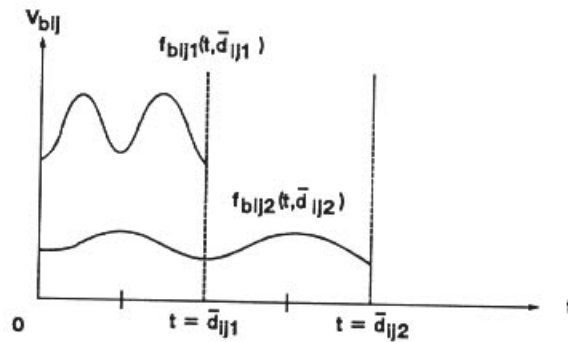


Abb. 9 – Alternative Belastungsfunktionen eines in einer Aktion ij eingesetzten Betriebsmittels b

Der Verlauf einer Belastungsfunktion wird durch die Parameter einer Anpassungskombination bestimmt, die für das betrachtete Betriebsmittel gelten. Sind mehrere Betriebsmittel bzw. allgemein Produktiveinheiten an einer Aktion beteiligt, so existieren für jede Anpassungskombination entsprechend viele Belastungsfunktionen. Außer Intensitätsänderung bestimmen Variationen der Einsatzzeit eines Betriebsmittels Verlauf und Geltungsbereich (= Aktionsdauer) seiner Belastungsfunktionen (vgl. Abb. 10).

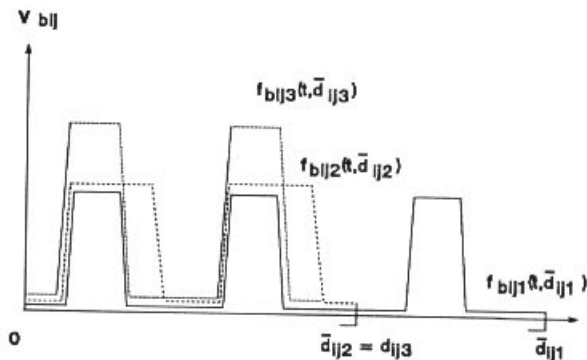


Abb. 10 – Alternative Belastungsfunktionen eines in einer Aktion ij eingesetzten Betriebsmittels b bei Änderungen der Einsatzzeit

Belastungsfunktionen präzisieren Zusammenhänge zwischen Einsatzgeschwindigkeiten und -zeiten eines Betriebsmittels/Produktiveinheit und Aktionsdauern; diese Zusammenhänge werden in den Aktionsdauerfunktionen unter Berücksichtigung weiterer Abhängigkeiten produktionswirtschaftlicher/produktorischer Größen nur mit ihren aktionsbezogenen zeitlichen Gesamtwirkungen abgeleitet.

Werden technische Verbrauchsfunktionen bzw. Momentanverbrauchs-funktionen (32) mit Belastungsfunktionen (33) verknüpft, ergeben sich dynamische Momentanverbrauchs-funktionen (Zeitverbrauchsbilder, Heinen 1970, S. 247 ff.):

$$(34) \quad \frac{dr_m}{dt} = f_{mb} [f_{bija}(t, \bar{d}_{ija})] , \quad 0 \leq t \leq \bar{d}_{ija} ;$$

Abb. 11 gibt ein Beispiel einer Verbrauchsentwicklung nach (34).

Der Gesamtverbrauch einer Güterart m bei einem in einer Aktion ij eingesetzten Betriebsmittel der Art b entspricht der Summe der Momentanverbräuche während des Aktionsvollzugs (Heinen 1970, S. 249):

$$(35) \quad r_{mb,ija} = \int_{t=0}^{\bar{d}_{ija}} f_{mb} [f_{bija}(t, \bar{d}_{ija})] \cdot dt$$

$$= \int_{t=0}^{\bar{d}_{ija}} \phi_{mbija}(t, \bar{d}_{ija}) dt .$$

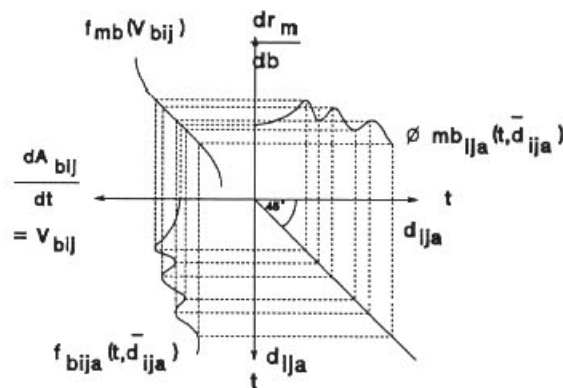


Abb. 11 - Ableitung einer dynamischen Momentanverbrauchs-funktion (34)
(vgl. Heinen 1970, S. 248)

Für alternative Anpassungskombinationen bzw. ihnen zugeordneten Aktionsdauern ergibt sich als Gesamtverbrauchs-funktion der bei einem Betriebsmittel der Art b in der Aktion ij eingesetzten Güterart m (vgl. Heinen 1970, S. 249):

$$(36) \quad r_{mbij} = f_{mb}^*(d_{ij})$$

r_{mbij} = Gesamtverbrauch der Güterart m bei Betriebsmittel b in Aktion ij

$$= \{r_{mbij1}, \dots, r_{mbija}, \dots, r_{mbija}\bar{a}\}$$

$$d_{ij} = \{d_{ij1}, \dots, d_{ija}, \dots, d_{ija}\bar{a}\}$$

(36) wird als ökonomische Verbrauchsfunktion bezeichnet.

Sind bei einer Anpassungskombination ija u_{bija} , $u_{bija} \geq 1$, Betriebsmittel der Art b unter identischen Einsatzbedingungen an der Aktion ij beteiligt, so gilt für den indirekt produktabhängigen Güterverbrauch der Art m:

$$(37) \quad c_{ijam}^* = r_{mbija} \cdot u_{bija}$$

Sind bei einer Anpassungskombination ija Betriebsmittel verschiedener Arten b, $b \in B_{ij}$ (B_{ij} = Menge der an ij beteiligten Betriebsmittelarten) eingesetzt, gilt für ihren indirekt produktabhängigen Güterverbrauch der Art m:

$$(38) \quad c_{ijam}^* = \sum_{b \in B_{ij}} r_{mbija} \cdot u_{bija}$$

Entsprechend (36) ergibt sich dann als Funktion des indirekt produktabhängigen Gesamtverbrauchs der Art m (vgl. Abb. 12):

$$(39) \quad c_{ijm}^* = \sum_{b \in B_{ij}} u_{bija} \cdot f_{mb}^*(d_{ij}) = f_{ijm}^*(d_{ij}),$$

$$d_{ij}^{\min} \leq d_{ij} \leq d_{ij}^{\max}.$$

Unter Berücksichtigung der einen Aktion ij zugrundeliegenden Aktionsdauerfunktion (25) läßt sich für (39) schreiben:

$$(40) \quad c_{ijm}^* = f_{ijm}^* [f_d^*(V_{ij}, T_{ij}, U_{ij}, V_{fij}, Q_{ij}; \bar{r}_{ij})]$$

bzw. unter Berücksichtigung von (26):

$$(41) \quad c_{ijm}^* = f_{ijm}^* [f_d^{**}(X_{ij})] ; \text{ zur Symbolik vgl. S. 42 f}$$

Außer bei losfähigen Aktionen wird eine derartige aktionsbezogene Verbrauchsfunktion i.a. mehrdeutig sein.

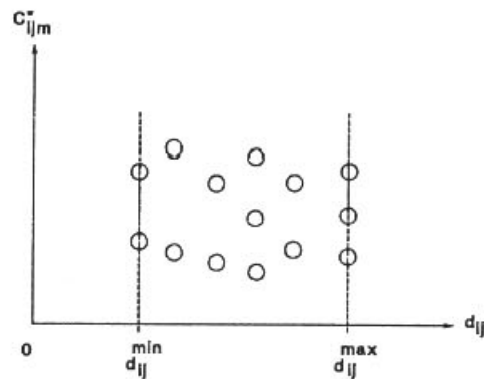


Abb. 12 - Beispiel einer Aktionsverbrauchsfunktion (39)

c) Verbrauchsfunktionen für Arbeits- und Betriebsmittelleistungen

Bei jeder Anpassungskombination ija einer Aktion ij wird hier vereinfachend von während des Aktionsvollzugs konstanten Einsatzmengen an Arbeitskräften und Betriebsmitteln ausgegangen (Prämisse 4, S. 17). Entsprechend kann der Gesamtverbrauch an Arbeits- bzw. Betriebsmittelleistungen einer Anpassungskombination wie folgt bestimmt werden:

$$(42) \quad c_{ija,p/b}^* = c_{ija,p/b} \cdot d_{ija} = u_{p/b,ija} \cdot d_{ija} , \\ \forall p/b, p \in P_{ij}, b \in B_{ij} .$$

Für Betriebsmittel ließe sich in einem verfeinerten Ansatz der Gesamtverbrauch aus ihrer Belastungsfunktion (33) ableiten:

$$(43) \quad c_{ijab}^* = u_{bij a} \cdot \int_{t=0}^{d_{ija}} f_{bij a}(t, \bar{d}_{ija}) dt .$$

Über alle Anpassungskombinationen einer Aktion verändert sich entsprechend den variierenden Einsatzbedingungen der (indirekt produktabhängige) Verbrauch an Arbeits- bzw. Betriebsmittelleistungen der Art p bzw. b auf der Basis einer zugehörigen Aktionsdauerfunktion (25) bzw. (26) i.a. i.S. einer mehrdeutigen Aktionsverbrauchsfunktion

$$\begin{aligned}
 (44) \quad c_{ij,p/b}^* &= f_{ij,p/b}^*(d_{ij}) \\
 &= f_{ij,p/b}^* [f_d^*(V_{ij}, T_{ij}, U_{ij}, V_{f_{ij}}, Q_{ij}; \bar{r}_{ij})] \\
 &= f_{ij,p/b}^* [f_d^{**}(X_{ij})] , \\
 c_{ij,p/b}^* &= \{c_{ij1,p/b}^*, \dots, c_{ija,p/b}^*, \dots, c_{ija\bar{a},p/b}^*\} , \\
 d_{ij} &= \{d_{ij1}, \dots, d_{ija}, \dots, d_{ija\bar{a}}\} .
 \end{aligned}$$

Bei losfähigen Aktionen ist (44) eine eindeutige Funktion (vgl. Abb. 8, S. 43).

3. Projektverbrauchsfunktionen

Direkt einem Projekt i als Ganzes anzurechenbare Güterverbräuche werden in Projektverbrauchsfunktionen erfaßt, die als unabhängige Variable die Endproduktmenge $\bar{r}_i$ und die Projektdauer d_i aufweisen können.

Für den direkt endproduktbezogenen Güterverbrauch der Stoffarten m, Arbeitsleistungsarten p bzw. Betriebsmittelarten b gilt:

$$(45) \quad \bar{c}_{i,m/p/b} = f_{i,m/p/b}(\bar{r}_i) = \text{const.}$$

Für den indirekt endproduktbezogenen Güterverbrauch (z.B. für Projektplanungs- und -überwachungstätigkeiten, Raumnutzungen) gelten Projektverbrauchsfunktionen der verschiedenen Stoffarten m, Arbeitsleistungsarten p bzw. Betriebsmittelleistungsarten b:

$$(46) \quad c_{i,m/p/b}^* = f_{i,m/p/b}^*(d_i) = \bar{c}_{i,m/p/b}^* \cdot d_i ,$$

$\bar{c}_{i,m/p/b}^*$ = Güterverbrauch pro Teilperiode der Projektdauer
 = const.

Die Projektdauer d_i bestimmt sich nach

$$(47) \quad d_i = t_{iz} - t_{io} = \sum_{t \in T} t \cdot (x_{izt} - x_{iot}) = f_d^{**}(X_i) ,$$

X_i = Vektor aller Variablen x_{izt} und x_{iot} ;

Damit gilt für (46):

$$(48) \quad c_{i,m/p/b}^* = f_{i,m/p/b}^*[f_d(X_i)] .$$

4. Programverbrauchsfunktionen

Dem Projektprogramm insgesamt direkt zurechenbare Güterverbräuche (z.B. für generelle Planungs- und Überwachungstätigkeiten, Verwaltungsleistungen u.ä.) werden in Programmverbrauchsfunktionen der verschiedenen Stoffarten m , Arbeitsleistungsarten p und Betriebsmittelleistungsarten b erfaßt, die den durch die Programmvariablen y_i bestimmten Programmumfang als unabhängige Variable aufweisen können:

$$(49) \quad c_{Pg,m/p/b} = f_{Pg,m/p/b}(U_{Pg}) = \bar{c}_{Pg,m/p/b} \cdot \sum_{i \in I} w_i \cdot y_i$$

$c_{Pg,m/p/b}$ = Periodenverbrauch/1 ME U_{Pg} ;
 U_{Pg} = Programmumfang;
 w_i = Projektgewicht auf der Basis des Projektumsatzes, der Aktionenzahl, Kapazitätsbedarfe o.ä.;
 Y = Vektor aller Programmvariablen y_i .

Wenn

$$(50) \quad U_{pg} = \sum_{i \in I} w_i \cdot y_i = f_U^{***}(Y) \text{ , gilt für (49):}$$

$$(50a) \quad c_{Pg,m/p/b} = f_{Pg,m/p/b} [f_U^{***}(Y)] \text{ .}$$

5. Lagerverbrauchsfunktionen

Die Nutzung des Lagerpotentials (Lagerführung und -verwaltung, Lager- und Transporteinrichtungen) durch die in den Projekten eingesetzten und erzeugten Güter der

- Zwischenproduktarten J
- Endproduktarten I'
- Vorprodukt-/Teilearten J'
- sonstigen Einsatzgüter-, insbes. Stoffarten m

wird hier in Lagerverbrauchsfunktionen erfaßt, die auf die Teilperioden $[t, t+1]$ des Planungszeitraumes $[0, T]$ bezogen sind:

- für Zwischenproduktlager:

$$(51a) \quad r_{LJ,t} = f_{LJ}(r_{Jt}) \text{ , } r_{Jt} = \text{Zwischenlagerbestand der Art J in t, vgl. (18);}$$

$$r_{LJ,t} = \text{Nutzung des Lagerpotentials der Art LJ in Periode } [t, t+1] \text{ ;}$$

- für Endproduktlager:

$$(51b) \quad r_{LI',t} = f_{LI'}(r_{I',t}) \text{ , } r_{I',t} = \text{Endproduktlagerbestand der Art I' in t, vgl. (19);}$$

$$r_{LI',t} = \text{Nutzung des Lagerpotentials der Art LI' in Periode } [t, t+1] \text{ ;}$$

- für Vorproduktlager:

$$(51c) \quad r_{LJ',t} = f_{LJ'}(r_{J',t}), \quad r_{J',t} = \text{Vorproduktlagerbestand der Art } J' \text{ in } t, \text{ vgl. (20);}$$

$r_{LJ',t}$ = Nutzung des Lagerpotentials der Art LJ' in Periode $[t, t+1]$;

- für sonstige Einsatzgüterlager/Stofflager:

$$(51d) \quad r_{Lm,t} = f_{Lm}(r_{mt}), \quad r_{mt} = \text{Güterlagerbestand der Art } m \text{ in } t, \text{ vgl. (21);}$$

r_{Lmt} = Nutzung des Lagerpotentials der Art Lm in Periode $[t, t+1]$;

$\forall t, t \in T$, und $J, \bar{J}, J'$ und m .

(Ähnlich können auch für Leistungspotentiale der Betriebsmittel Verwaltungs-, Pflege- und Instandhaltungsleistungen global erfaßt werden:

$$(52) \quad r_{Lb,t} = f_{Lb}(r_{bt}), \quad r_{bt} = \text{Leistungspotential von Betriebsmitteln der Art } b \text{ in } t, \text{ vgl. (22);}$$

r_{Lbt} = Nutzung des Pflegepotentials für Betriebsmittel der Art Lb in Periode $[t, t+1]$.

6. Projektzahlungsfunktionen

Die mit dem Projektvollzug als Produktionsprozeß verknüpften Zahlungsprozesse (Anpassungs-, Aktions- und Projektzahlungen) mit vertraglich oder planerisch bestimmten Einnahmen- und Ausgabenbeträgen beeinflussen im Zeitablauf die Liquiditätssituation der Unternehmung. Ihre Terminrelationen mit den Projektaktionen als Erzeugungs-, Beschaffungs- und Absatzprozesse integrieren explizit und dynamisch Produktions- und Finanzbereich der Unternehmung. Entsprechend der eingangs erhobenen Forderung nach multipler Zielorientierung betriebswirtschaftlicher Produktionsfunktionen werden die

direkten Liquiditätsbeiträge der Anpassungskombinationen, Aktionen und Projekte für jede Teilperiode [t,t+1] in Projektzahlungsfunktionen erfaßt:

$$\begin{aligned}
 (53) \quad B_t &= B_{t-1} + \dots \\
 &\quad \text{(kumulierte Projektliquiditätsbeiträge in t bzw. für t,t+1)} \quad \text{(kumulierte Projektliquiditätsbeiträge in t bzw. für t,t+1)} \\
 &+ \sum_{i \in I} \left(\sum_{h \in H_i} \text{bez}_{ih} \cdot z_{iht} - \sum_{h' \in H_i} \text{baz}_{ih} \cdot z_{ih't} \right) \\
 &\quad \text{(direkte Liquiditätsbeiträge der Projekte in t)} \\
 &+ \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J_i} \left(\sum_{h \in H_{ij}} (\text{bez}_{ijh} \cdot z_{ijht}) - \sum_{h' \in H_{ij}} \text{baz}_{ijh'} \cdot z_{ijh't} \right) \\
 &\quad \text{(direkte Liquiditätsbeiträge der Aktionen in t)} \\
 &- \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{h \in H_{ija}} \text{baz}_{ijah} \cdot z_{ijaht} \\
 &\quad \text{(direkte Liquiditätsbeiträge der Anpassungskombinationen in t)} \\
 &\quad \forall t, t=0,1,\dots,T, \text{ mit } B_{-1}=0; \\
 &\quad \text{(vgl. zur Symbolik S. 23 und 32)}
 \end{aligned}$$

bzw.

$$\begin{aligned}
 (54) \quad B_t &= f_B(Z_{it}, Z_{ijt}, Z_{ijat}) + B_{t-1}, \quad \forall t, t \in T. \\
 Z_{it} &= \text{Vektor aller Zahlungsvariablen } z_{iht} \text{ in } t; \\
 Z_{ijt} &= \text{Vektor aller Zahlungsvariablen } z_{ijht} \text{ in } t; \\
 Z_{ijat} &= \text{Vektor aller Zahlungsvariablen } z_{ijaht} \text{ in } t.
 \end{aligned}$$

7. Terminfunktionen

Die Einsatzgüter- und Produktmengen, Lagerbestände und Zahlungsbeträge der Projekte werden durch einen zulässigen Ter-

minplan (TP) dynamisch miteinander verknüpft. Ein Terminplan enthält

- die Anfangs- und Endtermine der in bestimmten Anpassungskombinationen auszuführenden Aktionen,
- die Anfangs- und Endtermine der auszuführenden Projekte,
- die Termine der den auszuführenden Aktionen und Projekten zugeordneten Zahlungen.

Die komplexe Terminfunktion eines Projektprogramms ordnet alternative zulässige Wertekombinationen aller binären Projekt-, Aktions- und Zahlungsterminvariablen alternativen Wertekombinationen der Projekt-, Aktions- und Zahlungstermine bei einem gegebenen Produktionsprogramm $\overline{PG}$ zu:

$$(55) \quad TP = f_{TP}^{**}(X, Z; \overline{PG}) ,$$

$TP = \text{Menge aller Projektterminvariablen } t_{io}, t_{iz} ;$
 $X = \text{Menge aller binären Projektterminvariablen } x_{iot}, x_{izt} \text{ und Aktionsterminvariablen } x_{ijat} ;$
 $Z = \text{Menge aller binären Zahlungsterminvariablen } z_{iht}, z_{ijht}, z_{ijaht} .$

Die komplexe Terminfunktion (55) läßt sich in Partialterminfunktionen der Projekte, Aktionen und Zahlungen zerlegen, wobei sich folgende Arten unterscheiden lassen:

- Projektterminfunktionen:

Projektanfangsterminfunktion:

$$(56a) \quad t_{io} = f_{io}^{**}(X_{io}) = \sum_{t \in T} t \cdot x_{iot} \quad (\text{vgl. (12g)} ,$$

$X_{io} = \text{Menge aller binären Projektanfangsterminvariablen } x_{iot} , t \in T ;$

Projektendterminfunktion:

$$(56b) \quad t_{iz} = f_{iz}^{**}(X_{iz}) = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{izt} \quad (\text{vgl. (12h)} ,$$

X_{iz} = Menge aller binären Projektendterminvariablen x_{izt} , $t \in \bar{T}$;

- Aktionsterminfunktionen:Aktionsanfangsterminfunktion:

$$(57a) \quad t_{ij} = f_{ij}^{**}(X_{ij}) = \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t \in \bar{T}} (t - d_{ija}) \cdot x_{ijat} ,$$

(vgl. 11c),

X_{ij} = Menge aller binären Terminvariablen einer Aktion ij , x_{ijat} , $t \in \bar{T}$, $a \in A_{ij}$;

Aktionsendterminfunktion:

$$(57b) \quad t_{ij}'' = f_{ij}^{**}(X_{ij}) = \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{ijat} \quad (\text{vgl. (11a)} ;$$

- Zahlungsterminfunktionen:Projektzahlungsterminfunktion:

$$(58a) \quad t_{zh} = f_{zh}^{**}(Z_{zh}) = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{zht} \quad (\text{vgl. (16c)} ,$$

Z_{zh} = Menge aller binären Terminvariablen einer Projektzahlung zh , z_{zht} , $t \in \bar{T}$;

Aktionszahlungsterminfunktion:

$$(58b) \quad t_{zjh} = f_{zjh}^{**}(Z_{zjh}) = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijht} \quad (\text{vgl. (15c)} ,$$

Z_{zjh} = Menge aller binären Terminvariablen einer Aktionszahlung ijh , z_{ijht} , $t \in \bar{T}$;

Anpassungszahlungsterminfunktion:

$$(58c) \quad tz_{ijaht} = f_{ijah}^{**}(z_{ijah}) = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijaht} \quad (\text{vgl. (14c)}),$$

z_{ijah} = Menge aller binären Terminvariablen einer Anpassungszahlung $ijah$, z_{ijaht} , $t \in T$.

Jeder zulässige Terminplan TP berücksichtigt alle unten (Abschnitt B.IV) erläuterten Variablenrestriktionen. Die bereits bei der Skizze des Abbildungsobjektes genannten Terminrelationen (Minimal- und Maximalfristrelationen) (8a) und (8b) determinieren die zeitlichen Abhängigkeiten der Terminvariablen, soweit die Fristen nicht zu Identitäten (8g) oder (8h) führen, nicht eindeutig, sondern begrenzen i.a. nur ihre Wertebereiche/Entscheidungsfelder, aus denen unter Berücksichtigung der übrigen Optimierungsziele bzw. Entscheidungsregeln zulässige Werte gewählt werden, die erst einen eindeutigen Produktions- und Zahlungsablauf festlegen. Die in der Produktionsfunktion Typ E fixierten zeitlichen Abhängigkeiten (Verweilzeiten und Folgebeziehungen) werden hier entsprechend den realen Möglichkeiten als begrenzt variabel (Aktionsdauern und Folgefristen) angenommen.

Wie oben gezeigt (vgl. (26), (27), (41), (48) und (54)), bestimmen die binären Terminvariablen, Anpassungskombinationen und Prozeßdauern, Gütereinsatz- und Lagermengen sowie Anpassungszahlungen der Projekte und den zeitlichen Zusammenhang dieser Größen sowie der Güterausbringungsmengen und Liquiditätsbeiträge. Die komplexe Terminfunktion eines gegebenen Projektprogramms bildet damit die Entscheidungsmöglichkeiten über Produktions- und Zahlungsablauf, Lager- und Liquiditätsbeitragsentwicklung, Produktionsbedingungen bzw. -anpassungen inkl. Losbildungen und damit verbunden die dynamische Input-Output-Struktur aller Produktionsprozesse der Projekte integrativ ab. Für jedes alternative Projektprogramm existiert eine komplexe Terminfunktion.

Wie oben in B.II bereits angedeutet, sind die Terminvariablen mit den Programmvariablen verknüpft. Die Bedingungen

der Art (10c), (12b), (12e), (13e), für Produktionstermine und (14b), (15b), (16b) für Zahlungstermine lassen sich für alle möglichen Projekte, Aktionen und Zahlungen aller zulässigen Produktionsprogramme allgemein durch

$$(59) \quad (X, Z) = f_{XZ}^{***}(Y),$$

$Y = \text{Menge aller Projektprogrammvariablen}$
 $y_i, i \in \bar{I},$

zusammenfassen. Für die komplexe Terminfunktion aller möglichen Produktionsprogramme gilt dann

$$(60) \quad TP = f_{TP}^{**} [f_{XZ}^{***}(Y)]$$

unter Berücksichtigung aller unten genannten Variablenrestriktionen. (60) ist Ausdruck der integrierten Entscheidungsmöglichkeiten über das Projektprogramm und alle seine ablauforganisatorischen und produktionswirtschaftlichen/produktorischen Realisationsbedingungen (Strukturen), verbunden mit einigen Zahlungsbedingungen.

8. Programmfunktion

Der Umfang der Wiederholungen bzw. die Auflage ($m_{I'}$) der einzelnen Projekt- bzw. Endproduktarten I' , $I'1 = 1, \dots, \bar{I}'$, wird in folgenden Partialprogrammfunktionen erfaßt:

$$(61) \quad m_{I'} = f_{I'}^{***}(Y_{I'}) = \sum_{i \in I'} y_i \quad \forall I', I' \in \bar{I}',$$

$Y_{I'} = \text{Menge der Variablen } y_i, i \in I'.$

Diese Partialfunktionen bilden die komplexe Programmfunktion der Produktion:

$$(62) \quad PG = (m_1, \dots, m_{I'}, \dots, m_{\bar{I}'}) = f_{PG}^{***}(Y) .$$

Bei striktter Einzelfertigung gilt für alle Projekte i und Projektarten I' :

$$(63a) \quad \bar{r}_i = 1 \quad \text{und} \quad m_{I'} \leq 1, \quad I' = i, \quad i \in \bar{I};$$

bei möglicher Serienfertigung:

$$(63b) \quad \bar{r}_i \geq 1 \quad \text{und} \quad m_{I'} \geq 0, \quad i \in I', \quad I' \in \bar{I}.$$

Durch entsprechende Beschränkung der Auflagenvariablen $m_{I'}$, sowie Fixierung der Endproduktmengen $\bar{r}_i$ der Projekte läßt sich damit das zunächst nur für den Fall der Einzelfertigung konzipierte Produktionsmodell offenbar auf alle Programmtypen und ihre Kombinationen beziehen.

Die Programmfunktion stellt auf Endprodukte bezogene Wiederholungsfunktionen dar, aus denen jedoch ohne weiteres über die für alle Produktionsstufen der Projekte gegebenen Verarbeitungskoeffizienten $\bar{f}_{ijk}$ (vgl. (6)) die Gesamtmengen an Zwischenprodukten bzw. die Wiederholungsfunktionen der entsprechenden Aktionen (vgl. zum Begriff der Wiederholungsfunktion: Heinen 1970, S. 262 ff.) und damit die Zwischenproduktprogramme abgeleitet werden können. Entspricht die Anzahl der Wiederholung einer Aktion der Anzahl der Wiederholung ihrer Projektart, so gilt für die Gesamtmenge eines Zwischenproduktes $I'j$ in der Planungsperiode $[0, T]$:

$$(64) \quad R_{I',j} = m_{I'} \cdot r_{I',j} = \sum_{i \in I'} y_i \cdot r_{ij} = \sum_{i \in I'} y_i \cdot \sum_{k \in N_{ij}} \bar{r}_{ijk}$$

$\forall I' \text{ und } j, \quad I' \in \bar{I}, \quad j \in N_i, \quad i \in I' \text{ vgl. (7);}$

$R_{I',j}$ = Periodenmenge der Zwischenproduktart $I'j$;

$r_{I',j}$ = Menge der Zwischenproduktart $I'j$ pro Projekt der Art I' .

Die Programmfunktion bildet das abschließende Element zur Ableitung der dynamischen Transformationsfunktionen und da-

mit zur Darstellung des Gesamtsystems der Produktionsfunktion Typ F.

9. Dynamische Transformationsfunktionen

Transformationsfunktionen erfassen nach der bisher allgemein üblichen Auffassung (vgl. Kloock 1969, S. 44; Schweitzer/Küpper 1974, S. 47) die quantitativen Relationen zwischen Einsatz- und Ausbringungsgütern der einzelnen Produktionsstellen einer Unternehmung. Berücksichtigen sie zusätzlich auch die zeitlichen Beziehungen dieser Mengen bzw. Einsatz- und Ausbringungstermine sowie Prozeßdauern, liegen dynamische Transformationsfunktionen vor. Statt auf die einzelnen Produktionsstellen (und ihre homogenen Produktionsprozesse) bezogen, lassen sich Transformationsfunktionen auch (und evtl. präziser) für die realiter durchaus auch heterogenen Prozesse jeweils einer Produktiveinheit entwickeln. Eine derart direkt prozeßorientierte Transformationsfunktion erfaßt dann die Einsatz- und Ausbringungsmengen eines Prozesses, an dem eine oder auch mehrere homo- oder heterogene Produktiveinheiten beteiligt sein können; aus ihr lassen sich die potential- orientierten Transformationsfunktionen, wie sie der traditionellen Definition (s.o.) entsprechen, nach Bedarf ableiten. Der direkten Prozeßorientierung des vorliegenden Konzeptes einer Produktionsfunktion entsprechend, werden hier insoweit direkt prozeßorientierte dynamische Transformationsfunktionen aus den Verbrauchs-, Termin- und Programmfunktionen abgeleitet.

Die Grundstruktur einer dynamischen Transformationsfunktion einer Aktion ij für ein Einsatzgut e ergibt sich aus

$$(65) \quad c_{ijet'}^* = f_{ije}^{(t)}(r_{ij}t'') ; c_{ijet'}^* = \text{Einsatzmenge } e \text{ in } ij \text{ im Zeitpunkt } t' ;$$

$$r_{ij}t'' = \text{Ausbringungsmenge von } ij \text{ im Zeitpunkt } t''$$

mit $t'' \geq t' \geq (t'' - d_{ij})$

unter Berücksichtigung

- einer Verbrauchsfunktion (28), (31), (41), (44) allgemein:

$$(65a) \quad c_{ijet'}^* = c_{ije}^* = f_{ije}^* [f_d^{**}(X_{ij})] ;$$

- einer Aktionsterminfunktion (57b):

$$(65b) \quad t'' = t_{ij}'' = f_{ij}^{**}(X_{ij}) = \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{ijat} ;$$

- einer Aktionsdauerfunktion (26) bzw. (11b):

$$(65c) \quad d_{ij} = f_d^{**}(X_{ij}) = \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t \in \bar{T}} d_{ija} \cdot x_{ijat} ;$$

- einer partiellen Programmfunktion aus (64) bzw. (61):

$$(65d) \quad r_{ij}t'' = \bar{r}_{ij} \cdot y_i .$$

Bei Projektteilen ik reduziert sich (65) auf

$$(66) \quad c_{ijk}t' = r_{ijk}t' = f_{ijk}^{(t)}(r_{ij}t'') \text{ mit } t'' = t' + d_{ij} ;$$

mit der Verbrauchsfunktion (28) bzw. (29):

$$(66a) \quad c_{ijk}t' = r_{ikj} = f_{ikj}(\bar{r}_{ij}) \cdot \bar{r}_{ij} ,$$

sowie (65b - d).

Entsprechendes gilt für sonstige direkt produktabhängige Einsatzgüter/Repetiergüter m, bei denen sich (65) reduziert auf

$$(67) \quad c_{ijm}t' = f_{ijm}^{(t)}(r_{ij}t'') \text{ mit } t'' = t' + d_{ij}$$

mit der Verbrauchsfunktion (31):

$$(67a) \quad c_{ijm}t' = f_{ijm}(\bar{r}_{ij}) \cdot \bar{r}_{ij} \quad \text{sowie (65b - d).}$$

Bei indirekt produktabhängigen Einsatzgütern m gilt nach (65):

$$(68) \quad c_{ijmt'}^* = f_{ijm}^{(t)}(r_{ijt''}) \text{ mit } t'' = t' + d_{ij}$$

unter Berücksichtigung einer Verbrauchsfunktion (41):

$$(68a) \quad c_{ijmt'}^* = c_{ijm}^* = f_{ijm}^* [f_d^{**}(X_{ij})] \quad \text{sowie (65b - d).}$$

Bei indirekt produktabhängigen) Arbeits- bzw. Betriebsmit-
telleistungen p bzw. b wird entsprechend den Grundprämissen
der Anpassungskombinationen (vgl. oben S. 17) pro Teilperio-
de des Aktionsvollzugs ein gleichgroßer Verbrauch $c_{ija,p/b}$
bei jeweils bestimmter Anpassungskombination a angesetzt, so
daß (65) in ein System von d_{ij} Transformationsfunktionen

$$(69) \quad c_{ij,p/b,t'}^* = f_{ij,p/b}^{(t)}(r_{ijt''})$$

für $t' = (t'' - d_{ij}), (t'' - d_{ij} + 1), \dots, (t'' - 1)$; mit

$$(69a) \quad c_{ij,p/b,t'}^* = c_{ij,p/b}^* = f_{ij,p/b}^* [f_d^{**}(X_{ij})]$$

identisch für alle t' .

Die Verbrauchsfunktionen (69a) der d_{ij} Teilperioden des Ak-
tionsvollzugs bilden die Summationselemente jeweils einer
entsprechenden Aktionsverbrauchsfunktion (44), die sich auf
den Gesamtverbrauch an Arbeits- bzw. Betriebsmittelleistun-
gen einer Aktion bezieht. Im übrigen gilt für (69) ergänzend
(65b - d). In einer vergrößernden Betrachtungs- weise können
die Transformationsfunktionen für Arbeits- und Betriebsmit-
telleistungen auch ähnlich (68) gebildet werden:

$$(70) \quad c_{ij,p/b,t'}^* = f_{ij,p/b}^{(t)}(r_{ijt''}) \text{ mit } t'' = t' + d_{ij}$$

und unter Berücksichtigung einer Verbrauchsfunktion (44):

$$(70a) \quad c_{ij,p/b,t'}^* = c_{ij,p/b}^* = f_{ij,p/b}^* [f_d^{**}(X_{ij})]$$

sowie (65b -d).

Sofern Einsatzgüterverbräuche nur Projekten, nicht ihren Aktionen direkt zurechenbar sind, lassen sich auch Transformationsfunktionen auf Projektebene für solche Güterverbräuche entwickeln. Die Grundstruktur einer dynamischen Transformationsfunktion eines Projektes i für ein ihm direkt zurechenbares Einsatzgut e (Stoffart m, Arbeitsleistungsort p, Betriebsmittelleistungsort b) gibt

$$(72) \quad c_{iet'}^* = f_{ie}^{(t)}(r_{it''}) ; c_{iet'}^* = \text{Einsatzmenge } e \text{ in Projekt } i \text{ in } t' ;$$

$$r_{it''} = \text{Ausbringungsmenge von Projekt } i \text{ in } t'' ;$$

mit $t'' = t' + d_i$; $e = m, p, b$;

unter Berücksichtigung

- einer Verbrauchsfunktion (45) oder (46):

$$(72a) \quad c_{iet'}^* = \begin{cases} \bar{c}_{ie} = f_{ie}(\bar{r}_i) , & \text{bei direkt endproduktabhängigem Gut } e ; \\ c_{ie}^* = f_{ie}^*[f_d^{**}(X_i)] , & \text{bei indirekt endproduktabhängigem Gut } e ; \end{cases}$$

- einer Projektanfangsterminfunktion (56a):

$$(72b) \quad t' = t_{io} = f_{io}^{**}(X_{io}) = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{iot} ;$$

- einer Projektendterminfunktion (56b):

$$(72c) \quad t'' = t_{iz} = f_{iz}^{**}(X_{iz}) = \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{izt} ;$$

- einer Projektdauerfunktion aus (72b - c):

$$(72d) \quad d_i = t_{iz} - t_{io} = f_d^{**}(X_{io}, X_{iz}) ;$$

- einer partiellen Programmfunktion aus (61):

$$(72e) \quad r_{it} = \bar{r}_i \cdot y_i \cdot$$

10. Integration zur Gesamtfunktion Typ F

Eine Produktionsfunktion der Unternehmung betrachtet den gesamten Realgüterprozeß der Unternehmung und stellt die Relationen zwischen den fremdbezogenen (originären) Einsatzgütern und den absatzreifen Endprodukten dar (vgl. Schweitzer/Küpper 1974, S. 46 f.). Die Gütervariablen können als aggregierte Mengen einer Gesamtperiode (hier etwa: $[0, T]$) oder - in der dynamischen Betrachtung - als datierte (Teil-) Mengen während einer Gesamtperiode definiert sein. Die entwickelten Komponenten einer projektorientierten Produktionsfunktion erlauben hier beide Betrachtungsweisen, wobei die partiell bereits vorgenommenen Integrationen der Einzelfunktionen im System der Gesamtfunktion vervollständigt werden.

Bei periodenbezogener Aggregation der Einsatz- und Ausstoßgütermengen läßt sich folgende Grundstruktur einer Einzelproduktionsfunktion entwickeln:

- für fremdbezogene Teile/Vorprodukte der Arten J' :

$$(73a) \quad \text{Periodenverbrauch } R_{J'} = f_{RJ'}^{**}(X) = f_{RJ'}^{**}[f_X^{***}(Y)] =$$

$$= \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{\substack{j \in J_i \\ j \in J_i^+}} \sum_{\substack{k \in N_{ij} \\ k \in J_i}} \sum_{a \in A_{ik}} \bar{r}_{ijk} \cdot x_{ika, t+d_{ika}} \quad \forall J' ;$$

(Verbräuche des Gutes J' in den Aktionen ik ; vgl. (28))

- für sonstige Einsatzgüter der Arten m :

$$(73b) \quad \text{Periodenverbrauch } R_m = f_{Rm}^{**}(X, Y) = f_{Rm}^{**}[f_X^{***}(Y)] =$$

$$= \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} (c_{ijm} + c_{ijam}^*) x_{ija, t+d_{ija}}$$

(direkt und indirekt produkt-

abhängiger Verbrauch des Gutes
m in den Aktionen ij; vgl. (30)
und (41))

$$+ \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{i \in \bar{I}} \left(\bar{c}_{im} \cdot x_{iot} + \sum_{t'=0}^t \bar{c}_{im}^* \cdot x_{iot'} \right)$$

(direkt und indirekt endpro-
duktabhängiger Verbrauch des
Gutes m in den Projekten i;
vgl. (45), (46))

$$+ \bar{c}_{PG,m} \sum_{i \in \bar{T}} w_i \cdot Y_i \quad \forall m ;$$

(Verbrauch des Gutes m im Ge-
samtprogramm der Periode; vgl.
(49))

- für Arbeitsleistungen der Arten p:

$$(73c) \quad \text{Periodenverbrauch } R_p = f_{Rp}^{**}(X, Y) = f_{Rp}^{**} [f_X^{***}(Y)] =$$

$$= \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t'=t+1}^{t+d_{ija}} c_{ijap} \cdot x_{ijat'}$$

(indirekt produktabhängiger
Verbrauch an Arbeitsleistungen
p in den Aktionen ij; vgl.
(44), (45))

$$+ \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{i \in \bar{I}} \left(c_{ip} \cdot x_{iot} + \bar{c}_{ip}^* \cdot \sum_{t'=0}^t x_{iot'} \right)$$

(direkt und indirekt endpro-
duktabhängiger Verbrauch an
Arbeitsleistungen p in den Pro-
jekten i; vgl. (45), (46))

$$+ \bar{c}_{Pg,p} \sum_{i \in \bar{I}} w_i \cdot Y_i \quad \forall p ;$$

(Verbrauch an Arbeitsleistungen
p im Gesamtprogramm der Perio-
de; vgl. (49))

- für Betriebsmittelleistungen der Arten b:

$$(73d) \quad \text{Periodenverbrauch } R_b = f_{Rb}^{**}(X, Y) = f_{Rb}^{**} [f_X^{***}(Y)] =$$

$$= \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t'=t+1}^{t+d_{ija}} c_{ijab} \cdot x_{ijat},$$

(indirekt produktabhängiger Verbrauch an Betriebsmittelleistungen b in den Aktionen ij; vgl. (44), (45))

$$+ \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{i \in \bar{I}} \left(\bar{c}_{ib} \cdot x_{iot} + \bar{c}_{ib}^* \cdot \sum_{t'=0}^t x_{iot'} \right)$$

(direkt und indirekt endproduktabhängiger Verbrauch an Betriebsmittelleistungen b in den Projekten i; vgl. (45a), (46))

$$+ \bar{c}_{Pg,b} \sum_{i \in \bar{I}} w_i \cdot Y_i \quad \forall b ;$$

(Verbrauch an Betriebsmittelleistungen b im Gesamtprogramm der Periode; vgl. (49))

- für Lagerleistungen der Arten LJ (Zwischenprodukt-läger):

$$(73e) \quad \text{Periodenverbrauch } R_{LJ} = f_{RLJ}^{**}(X) = f_{RLJ}^{**} [f_X^{***}(Y)] =$$

$$= \sum_{t \in \bar{T}} r_{LJ,t} = \sum_{t \in \bar{T}} f_{LJ}(r_{Jt}) \quad \forall LJ ;$$

(Lagernutzungen durch Zwischenproduktbestände; vgl. (51a), (18))

- für Lagerleistungen der Arten LI' (Endprodukt-läger):

$$(73f) \quad \text{Periodenverbrauch } R_{LI'} = f_{RLI'}^{**}(X) = f_{RLI'}^{**} [f_X^{***}(Y)] =$$

$$= \sum_{t \in \bar{T}} r_{LI',t} = \sum_{t \in \bar{T}} f_{LI'}(r_{I',t}) \quad \forall LI' ;$$

(Lagernutzungen durch Endproduktbestände; vgl. (51b), (19))

- für Lagerleistungen der Arten LJ' (Vorprodukt-läger):

$$(73g) \quad \text{Periodenverbrauch } R_{LJ'} = f_{RLJ'}^{**}(X) = f_{RLJ'}^{**} [f_X^{***}(Y)] = \\ = \sum_{t \in \bar{T}} r_{LJ',t} = \sum_{t \in \bar{T}} f_{LJ'}(r_{J',t}) \quad \forall LJ' ;$$

(Lagernutzungen durch Vorproduktbestände; vgl. (51c), (29))

- für Lagerleistungen der Arten Lm sonstige Stoff-läger):

$$(73h) \quad \text{Periodenverbrauch } R_{Lm} = f_{RLm}^{**}(X) = f_{RLm}^{**} [f_X^{***}(Y)] = \\ = \sum_{t \in \bar{T}} r_{Lm,t} = \sum_{t \in \bar{T}} f_{Lm}(r_{mt}) \quad \forall Lm ;$$

(Lagernutzungen durch sonstige Stoffbestände; vgl. (51d), (21))

- für Betriebsmittelpflegeleistungen der Arten Lb:

$$(73i) \quad \text{Periodenverbrauch } R_{Lb} = f_{RLb}^{**}(X,Y) = f_{RLb}^{**} [f_X^{***}(Y)] = \\ = \sum_{t \in \bar{T}} r_{Lb,t} = \sum_{t \in \bar{T}} f_{Lb}(r_{bt}) \quad \forall Lb .$$

(Pflegeleistungsverbrauch durch Betriebsmittelbestände; vgl. (51e), (22))

Ähnlich wie bei den Transformationsfunktionen lassen sich unter Anwendung der Terminfunktionen die Verbräuche fremdbezogener Einsatzgüter e (Vorprodukte/Teile J' , sonstige Stoffe m , Arbeitsleistungen p , Betriebsmittel-leistungen b) und die Endproduktmengen der Projekte i datieren. Die periodenbezogene Einzelproduktionsfunktion wird damit in eine dy-

namische Einzelproduktionsfunktion überführt, die folgende Grundstruktur aufweist:

(74) Teilperiodenverbrauch e in t für Projekt i =

$$= R_{iet} = \sum_{j \in J_i} C_{ijet}^* + C_{iet}^* = f_{ie}^{(t)}(r_{it''}) \quad \forall t, i \text{ und } e;$$

C_{ijet}^* = Gesamtverbrauch e in t für Aktion ij , abgeleitet aus den entsprechenden Transformationsfunktionen (66) bis (71);

C_{iet}^* = Gesamtverbrauch e in t für Projekt i (= gesamter direkter Projektverbrauch), abgeleitet aus den entsprechenden Transformationsfunktionen (72);

$r_{it''}$ = Projektausbringungs- bzw. -absatzmenge in t'' .

Für die vier Klassen fremdbezogener Güter läßt sich

(74) wie folgt spezifizieren:

- für Projektteile/Vorprodukte J'

(unter Berücksichtigung von Transformationsfunktionen (66), (72); Verbrauchsfunktionen (28), (45), (46); Terminfunktionen (65b), (72b), (72c) und einer Programmfunktion (72e)):

$$(75) \quad R_{iJ't} = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} \bar{r}_{ij} \cdot x_{ijat} = f_{iJ'}^{(t)}(r_{it''}) \quad \text{mit} \\ j \in J'$$

$$(72e) \quad r_{it''} = \bar{r}_i \cdot y_i \quad \text{und}$$

$$(72c) \quad t'' = t_{iz} = \sum_{t \in T} t \cdot x_{izt}; \quad \forall t, i, J';$$

- für sonstige Einsatzgüter m

(unter Berücksichtigung von Transformationsfunktionen (67), (68), (72); Verbrauchsfunktionen (31),

(41), (45), (46); Terminfunktionen (65b), (72b), (72c) und einer Programmfunktion (72e)):

$$(76) \quad R_{imt} = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} \underbrace{\left(f_{ijm}(\bar{r}_{ij}) \cdot \bar{r}_{ij}^{c_{ijam}^*} \right)}_{= c_{ijam}} \cdot x_{ija, t+d_{ija}} \\ + \bar{c}_{im} \cdot x_{iot} + \sum_{t'=0}^t \bar{c}_{im}^* (x_{iot}, -x_{izt'}) = f_{im}^{(t)}(r_{it})$$

mit (72e) und (72c); $\forall t, i, m$;

- für Arbeits-/Betriebsmittelleistungen p/b

(unter Berücksichtigung von Transformationsfunktionen (69), (71) Verbrauchsfunktionen (44), (45), (46); Terminfunktionen (65b), (72b), (72c) und einer Programmfunktion (72e)):

$$(77) \quad R_{i,p/b,t} = \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t'=t+1}^{t+d_{ija}} c_{ija,p/b} \cdot x_{ijat'} \\ + \bar{c}_{i,p/b} \cdot x_{iot} + \sum_{t'=0}^t \bar{c}_{i,p/b}^* (x_{iot}, -x_{izt'}) \\ = f_{i,p/b}^{(t)}(r_{it})$$

mit (72e) und (72c); $\forall t, i, p/b$.

IV. Restriktionen der Produktionsfunktion

Die Geltungsbereiche der in der Produktionsfunktion (74) und ihren Partialfunktionen enthaltenen Variablen (Produktions- und Zahlungstermine, verknüpft mit den Prozeßdauern der Anpassungskombinationen, Lagerbestände und das Projektprogramm einerseits, Güterverbräuche und Liquiditätsbeiträge andererseits) werden durch eine Reihe von Restriktionen begrenzt, die zugleich die vielfältigen Interdependenzen der Variablen bzw. der durch sie abgebildeten Gestaltungsbereiche begründen. Einige dieser Bedingungen wurden bereits bei der Erläuterung der Abbildungsobjekte und der Variablen genannt; der Übersicht halber werden sie in diesem Abschnitt mit einigen Ergänzungen systematisch zusammengefaßt.

1. Terminrestriktionen

Die technologisch bedingten Verarbeitungsfolgen und andere planerisch/vertraglich bedingte zeitliche Beziehungen der Produktions- und Zahlungsprozesse werden in den bereits erwähnten Mini- und Maximalfristrelationen erfaßt (vgl. S. 12 ff.):

- Minimalfrist (8a) bzw. (8d) für die Anfangstermine zweier Aktionen ij und ik eines Projektes i:

$$(78) \quad \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ik}} (t - d_{ika}) x_{ikat} - \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ij}} (t - d_{ija}) x_{ijat} - a_{ijk} \cdot Y_i \geq 0 ,$$

$$a_{ijk} = \text{geg. Minimalfrist}; \forall (ij, ik), i \in \bar{I}, j \in J_i, k \in J_i;$$

- Maximalfrist (8b) bzw. (8e) für die Anfangstermine zweier Aktionen ij und ik eines Projektes i:

$$(79) \quad \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ij}} (t - d_{ija}) x_{ijat} - \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ik}} (t - d_{ika}) x_{ikat} + a'_{ijk} \cdot Y_i \geq 0 ,$$

$$a'_{ijk} = \text{geg. Maximalfrist}; \forall (ij, ik), i \in \bar{I}, j \in J_i, k \in J_i.$$

Für die Abbildung absoluter Terminfristen (8d) bzw. (8e), die auf die Projektanfangstermine bezogen sind, gilt in (78) bzw. (79) $d_{ioa} = 0$. Zeitliche Identitäten (8g) und fixierte Zeitabstände (8h) für Aktionstermine werden in Gleichungen entsprechend (78), (79) erfaßt oder jeweils durch ein Bedingungs-paar ((78), (79)) abgebildet. Terminbedingungen, die ausschließlich für Produktionsprozesse gelten, sind entsprechend der hier vorausgesetzten eindeutig determinierten Verarbeitungsfolgen, stets konjunkt miteinander verknüpft.

Für die binären Terminvariablen x_{ijat} gelten die Konvexitätsbedingungen (10c) und (13e).

Für Zahlungsprozesse gelten ebenfalls Terminbedingungen:

- Minimalfrist des Typs (8a) bzw. (8d) für die Termine einer Aktion ija und einer Anpassungszahlung $ijah$:

$$(80) \quad \sum_{t \in \bar{T}} (t - d_{ija}) x_{ijat} - \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijaht} - \sum_{t \in \bar{T}} a_{ijah} \cdot x_{ijat} \geq 0$$

oder

$$(80a) \quad \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijaht} - \sum_{t \in \bar{T}} (t - d_{ija}) x_{ijat} - \sum_{t \in \bar{T}} a_{ijah} \cdot x_{ijat} \geq 0$$

a_{ijah} = Minimalfrist zwischen Zahlungs- und Aktions-termin oder vice versa;

$\forall (ija, h) \text{ oder } (h, ija), h \in H_{ija}, a \in A_{ij}, j \in J_i, i \in \bar{I};$

- Maximalfrist des Typs (8b) bzw. (8e) für die Termine einer Aktion ija und einer Anpassungszahl $ijah$:

$$(81) \quad \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijaht} - \sum_{t \in \bar{T}} (t - d_{ija}) x_{ijat} + \sum_{t \in \bar{T}} a'_{ijah} \cdot x_{ijat} \geq 0$$

oder

$$(81a) \quad \sum_{t \in \bar{T}} (t - d_{ija}) x_{ijat} - \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijaht} + \sum_{t \in \bar{T}} a'_{ijah} \cdot x_{ijat} \geq 0$$

a'_{ijah} = Maximalfrist zwischen Zahlungs- und Aktions-termin oder vice versa;

$\forall (ija, h) \text{ oder } (h, ija), h \in H_{ija}, a \in A_{ij}, j \in J_i, i \in \bar{I}.$

Minimal- und Maximalfristen zwischen Anpassungszahlungen selbst werden entsprechend (80) und (81) erfaßt. Zeitliche Identitäten für Aktions- und Zahlungstermine werden zuvor behandelt. Das disjunkte Auftreten der Anpassungszahlungen einer Aktion und der zugehörigen Terminbedingungen wird in den Konvexitätsbedingungen (14b) der Anpassungszahlungsvariablen z_{ijaht} erfaßt. Treten für eine einzelne Anpassung ija alternative Anpassungszahlungen $ijah$ mit entsprechenden Terminrestriktionen auf, so gilt zusätzlich die Konvexitätsbedingung

$$(82) \quad \sum_{h \in H_{ija}} \sum_{t \in \bar{T}} z_{ijaht} = \sum_{t \in \bar{T}} x_{ijat}.$$

Ähnliche Bedingungen lassen sich für die Aktionszahlungstermine entwickeln:

- Minimalfrist des Typs (8a) bzw. (8d) für die Termine einer Aktion ij und einer Aktionszahlung ijh :

$$(83) \quad \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ij}} (t - d_{ija}) x_{ijat} - \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijht} - a_{ijh} \cdot y_i \geq 0$$

oder

$$(83a) \quad \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijht} - \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ij}} (t - d_{ija}) x_{ijat} - a_{ijh} \cdot y_i \geq 0$$

a_{ijh} = geg. Minimalfrist zwischen Zahlungs- und Aktionstermin oder vice versa;

$\forall (h, ij)$ oder (ij, h) , $h \in H_{ij}$, $j \in J_i$, $i \in \bar{I}$;

- Maximalfrist des Typs (8b) bzw. (8e) für die Termine einer Aktion ij und einer Aktionszahlung ijh :

$$(84) \quad \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijht} - \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ij}} (t - d_{ija}) x_{ijat} + a'_{ijh} \cdot y_i \geq 0$$

oder

$$(84a) \quad \sum_{t \in \bar{T}} \sum_{a \in A_{ij}} (t - d_{ija}) x_{ijat} - \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{ijht} + a'_{ijh} \cdot y_i \geq 0$$

a_{ijh}^i = geg. Maximalfrist zwischen Zahlungs- und Aktionstermin oder vice versa;

$\forall (h, ij)$ oder (ij, h) , $h \in H_{ij}$, $j \in J_i$, $i \in \bar{I}$.

Minimal- und Maximalfristen zwischen den Aktionszahlungen selbst (Verkettung von Vor- und Tilgungszahlungen oder ratenweisen Barzahlungen) werden entsprechend (83) und (84) erfaßt. Für zeitliche Identitäten gilt das oben Gesagte. Die Terminrelationen der Aktionszahlungen eines Projektes sind konjunkt miteinander verknüpft. Für die Aktionszahlungsterminvariablen gelten Konvexitätsbedingungen (15b).

Entsprechend lassen sich die Terminbedingungen für Projektzahlungen formulieren:

- Minimalfrist des Typs (8a) bzw. (8d) für die Termine eines Projektes i und einer Projektzahlung ih:

$$(85) \quad \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{i,o/z,t} - \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{iht} - a_{ih}^i \cdot y_i \geq 0$$

oder

$$(85a) \quad \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{iht} - \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{i,o/z,t} - a_{ih}^i \cdot y_i \geq 0$$

a_{ih}^i = geg. Minimalfrist zwischen Zahlungstermin und Projektanfang bzw. -ende oder vice versa.

- Maximalfrist des Typs (8b) bzw. (8e) für die Termine eines Projektes i und einer Projektzahlung ih:

$$(86) \quad \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{iht} - \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{i,o/z,t} + a_{ih}^i \cdot y_i = 0$$

oder

$$(86a) \quad \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot x_{i,o/z,t} - \sum_{t \in \bar{T}} t \cdot z_{iht} + a_{ih}^i \cdot y_i = 0$$

a_{ih}^i = geg. Maximalfrist zwischen Zahlungstermin und Projektanfang bzw. -ende oder vice versa.

Die Projektzahlungstermine können auch mit anderen Projektterminen (Zwischenterminen) oder auch Aktionsterminen verknüpft sein. Relationen (85) und (86) können auch zwischen den Projektzahlungen selbst existieren. Für zeitliche Identitäten von Projekt- und Zahlungsterminen gelten (85) und (86) entsprechend. Die Terminrelationen von Projektzahlungen sind für jeweils ein Projekt konjunkt verknüpft. Für die Projektzahlungsterminvariablen gelten Konvexitätsbedingungen (16b).

2. Anpassungs- und Rüstrestriktionen

Für jede Aktion ij existiert eine begrenzte Zahl von Anpassungskombinationen, die sich aus diskreten begrenzten Variationsmöglichkeiten ihrer Produktionsbedingungen/produktorischen Struktur (Einsatzintensitäten, -zeiten und -mengen von Arbeitskräften und Betriebsmitteln, Einsatzverfahren und Qualitätsgrade der Einsatzgüter einer Aktion) ergeben und zu begrenzten Aktionsdauervariationen führen:

$$(87) \quad 0 (\leq) d_{ij}^{\min} \leq d_{ij} \leq d_{ij}^{\max} \quad \forall i \text{ und } j.$$

Für jede Aktion ij formuliert (10c) bzw. (13e) eine Realisationsbedingung (Konvexitätsbedingung) in Abhängigkeit von der Programmvariablen y_i . Die Anpassungsmöglichkeiten mehrerer Aktionen sind nicht miteinander verknüpft; Anpassungsinterdependenzen ergeben sich jedoch aus der Verknüpfung von Termin-, Kapazitäts- und Lagerrestriktionen. Bei losfähigen Aktionen kommt noch die Rüst- oder Losbildungsrestriktion (13f) hinzu:

$$(13f) \quad x_{ij2,t+d_{ij2}} - \sum_{ik \in \hat{VJ}_{ij}} \sum_{a=1}^2 x_{ikat} \leq 0 \quad \forall t, i, j \text{ und } \hat{J},$$

$\hat{VJ}_{ij}$ = Menge der losfähigen Aktionen der Rüstkategorie $\hat{J}$, die Aktion ij vorangehen können;

(13f) verbindet unter Berücksichtigung der Konvexitäts- bzw. Anpassungsbedingungen der einzelnen losfähigen Aktionen

einer Rüstkategorie die Anpassungsmöglichkeiten dieser Aktionen miteinander (Los-oder Vorbereitungsinterdependenz).

3. Produktionskapazitätsrestriktionen

Unter Berücksichtigung der gegebenen Anfangsbestände für Projektteile J', sonstige Stoffe m, Personal p und Betriebsmittel b und der vorgeplanten Einsatzgüterbeschaffungen in den einzelnen Teilperioden [t,t+1] einerseits sowie der Einsatzgüter-/Kapazitätsbedarfe der Aktionen bzw. ihrer Anpassungskombinationen andererseits ergeben sich für die einzelnen Teilperioden/Planungszeitpunkte und Einsatzgüterkategorien folgende Kapazitätseinsatzrestriktionen:

- für Arbeits-/Betriebsmittelleistungen p/b:

$$(88) \quad \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} \sum_{t'=t+1}^{t+d_{ija}} c_{ija,p/b} \cdot x_{ijat'}$$

(Aktionsbedarf)

$$+ \sum_{i \in \bar{I}} \left(\bar{c}_{i,p/b} \cdot x_{iot} + \sum_{t'=0}^t \bar{c}_{i,p/b}^* (x_{iot'} - x_{izt'}) \right)$$

(Projektbedarf)

$$+ \frac{c_{Pg,p/b}^*}{T} \sum_{i \in I} w_i \cdot Y_i$$

(Programmbedarf)

$$\leq \bar{r}_{p/b, -1} + \sum_{t'=0}^t \bar{m}_{p/b, t'}$$

(Anfangsbestand p/b
in t=-1)

(zusätzliche Beschaffung bis t)

$\forall t \quad (t=0,1,\dots, T) \quad , \quad p \text{ bzw. } b;$

- für sonstige Stoffe m:

$$(89) \quad \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J_i} \sum_{a \in A_{ij}} c_{ijam} \cdot x_{ija,t+d_{ija}}$$

(Aktionsbedarf)

$$+ \sum_{i \in \bar{I}} \left(\bar{c}_{im} \cdot x_{iot} + \sum_{t'=0}^t \bar{c}_{im}^* (x_{iot'} - x_{izt'}) \right)$$

(Projektbedarf)

$$+ \frac{c_{Pg,m}^*}{T} \sum_{i \in \bar{I}} w_i \cdot y_i$$

(Programmbedarf)

$$\leq r_{m,t-1} + \bar{m}_{a,m,t}$$

(Endbestand der Vorperiode)

$$\forall t (t=0,1,\dots,T), m.$$

- für Projektteile J':

$$(90) \quad \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J'} \sum_{\substack{k \in J_i \\ k \in N_{ij}}} \sum_{a \in A_{ik}} r_{ijk} \cdot x_{ika,t+d_{ika}}$$

(Aktionsbedarf)

$$- \sum_{i \in \bar{I}} \sum_{j \in J'} \sum_{a \in A_{ij}} \bar{r}_{ij} \cdot x_{ijat}$$

(Zusatzbeschaffung durch
Aktionen ij in t)

$$\leq r_{J',t-1}$$

(Endbestand der Vorperiode)

$$\forall t (t=0,1,\dots,T), J'.$$

Die Endbestände der Vorperioden an Projektteilen J' und sonstigen Stoffen, $r_{J',t-1}$ und $r_{m,t-1}$, bestimmen sich nach (20) und (21).

4. Lagerrestriktionen

Die gegebenen Lagereinrichtungen können die Lagerbestände an Projektteilen J' , sonstigen Stoffen m , Zwischenprodukten J und Endprodukten I' beschränken. Sofern für jede Güterart ein isoliertes Lager existiert, gelten Bedingungen folgender Art (vgl. (18) - (21)):

$$(91) \quad r_{et} \leq \bar{L}_{et} \quad (= \text{geg. Lagerkapazität für Gut } e \text{ pro Teilperiode } t, t+1)$$

$$e = J', m, J, I'$$

$$\forall J', m, J, I' \text{ und } t.$$

Sofern für verschiedene Güterarten kombinierte Läger möglich sind, werden die Bestände (mit ihrem Raum- oder Transportbedarf o.ä.) gewichtet, und es gelten Lagerrestriktionen folgender Art:

$$(92) \quad \sum_{J'} g_{J'} \cdot r_{J',t} + \sum_m g_m \cdot r_{m,t} + \sum_J g_J \cdot r_{J,t} + \sum_{I'} g_{I'} \cdot r_{I',t} \leq \bar{L}_t$$

$$\forall t.$$

5. Zahlungsrestriktionen

Das Produktionsmodell berücksichtigt die Verknüpfung von Produktionsaktionen, ihnen vorgelagerten Beschaffungsaktionen für Projektteile und nachgelagerten Absatzaktionen der Projektprodukte einerseits und diesen Projektprozessen direkt zuordnungsfähigen Zahlungsprozessen andererseits. Der Liquiditätsbeitrag der Anpassungs-, Aktions- und Projektzahlungen wird im Ablauf des Planungszeitraumes in den Projektzahlungsfunktionen erfaßt. Die begrenzt variablen Zahlungstermine und - bei Anpassungszahlungen - Zahlungsbeträge unterliegen einerseits aufgrund ihrer Verknüpfung mit den Aktionsterminen und damit auch den übrigen Variablen den für

diese direkt geltenden Restriktionen, andererseits können außer den bereits entwickelten Zahlungsterminrestriktionen auch generelle finanzpolitische Ziele wie insbesondere Forderungen an Umfang und Entwicklung von Liquiditätsbeiträgen der Produkte und ihrer Prozesse den Entscheidungsraum der Zahlungsprozesse (-termine und -beträge) begrenzen. Derartige finanzpolitische Restriktionen könnten folgende Formen aufweisen:

- globale Liquiditätsbeitragsrestriktion:

$$(93) \quad B_T \geq \bar{B}_T^{\min} \quad (= \text{Mindestliquiditätsbeitrag des Gesamtprogramms in der Totalperiode } [0, T]),$$

wobei B_T = kumulierter Liquiditätsbeitrag des Gesamtprogramms nach (53);

- Liquiditätsbeitragsrestriktionen der Teilperioden (Restriktionen der Liquiditätsbeitragsentwicklung):

$$(94) \quad B_t \geq \bar{B}_t^{\min} \quad (= \text{Mindestliquiditätsbeitrag des Gesamtprogramms bis zur Teilperiode } [t, t+1])$$

$\forall t, t=0,1,\dots,T; B_t$ = kumulierter Liquiditätsbeitrag in t nach (53);

und/oder

$$(94a) \quad B_t - B_{t-1} \geq \bar{B}_t^{\min} \quad (= \text{Mindestliquiditätsbeitrag des Gesamtprogramms in } t)$$

$\forall t, t=0,1,\dots,T; \text{ mit } B_{-1} = 0.$

6. Programmrestriktionen

Die Programmvariablen y_i können direkt durch globale oder nach Produktarten differenzierte spezielle Mindestumsatzbedingungen als Ausdruck der Forderung, Mindestmarktanteile zu erhalten, beschränkt werden:

- globale Mindestumsatzbedingung:

$$(95) \quad \sum_{i \in \bar{I}} p_i \cdot Y_i \geq \overline{UM}_T^{\min} \quad (= \text{Mindestumsatz der Totalperiode})$$

p_i = Umsatzbeitrag/Erlös des Projektes i ;

- spezielle Mindestumsatzbedingungen:

$$(96) \quad \sum_{i \in \bar{I}'} p_i \cdot Y_i \geq \overline{UM}_{I',T}^{\min} \quad (= \text{Mindestumsatz der Produktart } I' \text{ in der Totalperiode})$$

$\forall I'.$

Wachstumspolitische Überlegungen können zu globalen oder nach Produktarten differenzierten speziellen oberen Grenzen der Projektumsätze führen:

- globale Höchstumsatzbedingung:

$$(97) \quad \sum_{i \in \bar{I}} p_i \cdot Y_i \leq \overline{UM}_T^{\max} \quad (= \text{Höchstumsatz der Totalperiode});$$

- spezielle Höchstumsatzbedingungen:

$$(98) \quad \sum_{i \in \bar{I}} p_i \cdot Y_i \leq \overline{UM}_{I',T}^{\max} \quad (= \text{Höchstumsatz der Produktart } I' \text{ in der Totalperiode})$$

$\forall I'.$

Ferner unterliegen die Programmvariablen mittelbar auch allen anderen genannten Restriktionen.

C. Zusammenfassung und Ausblick auf die Anwendungen der Einzelproduktionsfunktion

Das entwickelte Produktionsmodell gibt einen allgemeinen Rahmen zur Strukturierung dynamischer Produktionshypothesen: zunächst bezogen auf die einzelnen Partialprozesse (Aktionen) mehrfach gestufter und verzweigter umfassenderer Pro-

duktionsprozesse (Projekte) und die alternativen Realisationsbedingungen der Aktionen (Anpassungskombinationen) werden Verbrauchs-, Zahlungs- und Transformationsfunktionen in Verbindung mit Prozeßdauer- und Terminfunktionen als Ausdruck der zeitlichen Prozeßzusammenhänge und -einflüsse entwickelt, die die Komponenten (Partialmodelle) einer Produktionsfunktion der Projekte darstellen. Das Gesamtmodell behauptet als Realtheorie ähnlich wie andere bisher entwickelten Produktionstheorien

1. die Existenz bestimmter produktionsbezogener Einflußgrößen, hier: von Daten- und Dispositions- parametern der technologischen und damit verknüpften produktionswirtschaftlichen/produktorischen, der ablauforganisatorischen, genauer zeitlichen Strukturen und der Programmstruktur; für diese Parameter sind Maßgrößen und Messungsregeln entweder traditionell gegeben oder konstruierbar;
2. die Existenz, nicht aber, von einigen kalkülbedingten Ausnahmen abgesehen, Verlaufstendenzen produktionsbezogener Strukturzusammenhänge und -wirkungen, hier insbesondere: von Verbrauchs-, Zahlungs-, Zeit- und Programmrelationen in Verbindung mit verschiedenen Gestaltungsrestruktionen.

Das Hauptmerkmal der Partialrelationen und damit auch der Gesamtfunktion Typ F bilden dabei die auf diskret variierbare Einsatzbedingungen (Anpassungskombinationen) bezogenen entsprechend diskret variierbaren Einsatz- (Verbrauchs-), Ausbringungs- (Lager- und Programm-) und Zeit- (Dauer- und Termin-) größen (kurz: dynamische Input- und Outputquantitäten), die in i.a. mehrdeutigen Funktionen erfaßt werden.

In der Praxis werden aus rechentechnischen und -ökonomischen Gründen (Schwierigkeiten und Notwendigkeiten) die Produktionsrelationen nur ausschnittsweise explizit oder auch oft nur implizit entwickelt werden können, was selbstverständlich noch nichts über ihren tatsächlichen Geltungsbereich besagt. Im konkreten praktischen Fall werden für die

einzelne Aktion umso weniger Anpassungskombinationen existieren, je geringer der Umfang und je präziser der Inhalt ihrer Produktionsaufgabe definiert ist. Entsprechend wenige Punkte weisen dann die Verbrauchs-, Zahlungs- und Zeitfunktionen auf. Durch entsprechend definierte Gestaltungsziele (Effizienz- und Akzeptanzniveaus) können die Geltungsbereiche der Variablen und damit der Umfang der Funktionen weiter eingeschränkt werden, was allerdings bereits eine gewisse Integration der Realtheorie als Erklärungs- oder Prognosemodell und eines Entscheidungsmodells darstellt.

Unter Berücksichtigung der eingangs erhobenen Forderungen an produktionstheoretische Modelle kann der vorliegende Ansatz zunächst als

- elementar prozeßorientiert (wegen seines Bezugs auf alternative Realisationsbedingungen beliebig fein definierbarer Produktionsprozesse),
- dynamisch strukturorientiert (insbesondere wegen des Einbaus begrenzt variierbarer Prozeßabläufe, die mit anderen Produktionsstrukturen verknüpft werden) und
- entscheidungsorientiert (wie jede betriebswirtschaftliche Produktionstheorie, hier wegen der als Einflußgrößen berücksichtigten Anpassungs-, Termin-, Lager und Programmvariablen)

bezeichnet werden.

Mit seinen Dispositionsparametern berücksichtigt das Modell folgende betriebliche Gestaltungsbereiche:

- die produktionswirtschaftliche/produktorische Anpassungsplanung = Planung von Produktionsbedingungen bzw. (partialen) Produktionsstrukturen;
- die Produktionsablaufplanung = Planung von Prozeßterminen, Kapazitätsbelegungen und Losbildungen = Planung

von temporalen und - über die Kapazitätsbelegung - personalen Prozeßstrukturen;

- die (projektbezogene) Zahlungsplanung (Planung von Zahlungsterminen und z.T. auch -beträgen) = Liquiditätsbeitragsplanung oder Planung partieller Finanzstrukturen;
- die Lagerplanung für projektbezogene Repetier-/ Verbrauchsgüter und
- die (Projekt-)Programmplanung; die beiden letzteren Bereiche zusammenfassend = Planung von Objektstrukturen.

In den Relationen des Produktionsmodells werden mit den abhängigen Variablen Mengen- und Zeitkomponenten folgender betrieblicher Zielvorstellungen erfaßt:

- (projektbezogene) Erfolgsbeitragsziele und die in ihnen enthaltenen Kosten- und Leistungs- bzw. Aufwands- und Ertragsziele sowie Einsatz- und Ausbringungsmengenziele;
- (projektbezogene) Liquiditätsbeitragsziele als Komponenten von Liquiditätsentwicklungs- und -erhaltungszielen;
- (projektbezogene) Lagerbestands- und -entwicklungsziele als spezielle Sicherheitsziele;
- (projektbezogene) Programmziele/Sortimentziele als Komponenten von Entwicklungszielen des Umsatzprozesses;
- (projektbezogene) Belastungsziele/Beschäftigungsziele der Produktionskapazitäten (Arbeitskräfte und Betriebsmittel).

Die Zielkomponenten (Einsatz- und Ausbringungsmengen, Zahlungsbeträge, Lagerbestände und -bewegungen, Einsatz- und

Leerzeiten der Kapazitäten/Produktiveinheiten) werden im Modell Teilperioden bzw. ihren Endpunkten zugeordnet, die sich aus der Terminierung von Produktions- und Zahlungsprozessen ergeben. Außerdem lassen sie sich zu entsprechenden Größen der Totalperiode aggregieren. Die insoweit multiple Zielorientierung des Modells schließt damit Gesamt- wie Einzelperiodenziele, also auch Entwicklungsziele, ein.

Für die Anwendung des Gesamtmodells ergeben sich unmittelbar folgende Bereiche:

1. projektbezogene Datenermittlung und -verarbeitung: Aus Einfluß- und Wirkungsgrößen und ihren Relationen lassen sich direkt die Grundstrukturen projekt- bzw. prozeßorientierter Vor- und Nachrechnungssysteme (Projektrechnungen) für das betriebliche Rechnungswesen ableiten, insbesondere für
 - a) Projekterfolgsrechnungen (-kosten bzw. aufwands- und Leistungs- bzw. -ertragsrechnungen) in Verbindung mit
 - b) Projektliquiditäts-/finanzrechnungen (-einnahmen- und ausgabenrechnungen)
 (Projektrechnungen lassen sich als intensivisierte Einzelerfolgs- bzw. -zahlungsrechnungen auffassen; ihre Entwicklung aus Einzelproduktionsfunktionen ist Gegenstand des nächsten Beitrags dieser Reihe.)
2. Projekterfolgstheorie mit ihren Komponenten Projektleistungs-/ertrags- und -kosten-/aufwandstheorie:
 Aus den gütermengen- und prozeßorientierten Relationen des Produktionsmodells lassen sich mit Hilfe erfolgsorientierter Bewertungsregeln (z.B. Ansatz der pagatorischen Bewertung) dynamische Wertrelationen ableiten, die die Grundstrukturen von Erklärungs- und Prognosemodellen der Projekterfolgskomponenten bilden.

3. Komplexe Projektplanungsmodelle:

Die Mengen- und Zeitrelationen des Produktionsmodells gehen über die Projekterfolgstheorie in die Zielvorstellungen entsprechender Projektgestaltungs-/entscheidungsmodelle ein, wobei die Dispositionsparameter der Produktionstheorie zu entsprechenden Entscheidungsvariablen der Planungsmodelle werden.

Das mit der Einzelproduktionsfunktion entwickelte Grundmuster von Wirkungsrelationen und Interdependenzen projektartiger Produktionsprozesse könnte damit zur Entwicklung intensiver Beschreibungs-, Erklärungs-, Prognose- und Gestaltungs- bzw. Planungsmodelle betrieblicher Produktionsprozesse beitragen.

Literaturverzeichnis

Adam, D.

(1963) Simultane Ablauf- und Programmplanung bei Sortenfertigung mit ganzzahliger linearer Programmierung. ZfB 33 (1963), S. 233-245.

Algan, M.

(1964) Riechenfolgeprobleme und Graphentheorie. Unternehmensforschung 8 (1964), S. 53-64.

Carlsson, S.

(1956) A Study of the Pure Theory of Production. New York 1956.

Chmielewicz, K.

(1972) Integrierte Finanz- und Erfolgsplanung. Stuttgart 1972.

Dellmann, K.

(1977) Entscheidungsmodelle für die Serienfertigung. Wiesbaden 1977.

Dimsdale, B.

(1963) Computer Construction of Minimal Project Networks. IBM Systems Journal 2 (1963), S. 24-36.

Dinkelbach, W.

(1964) Zum Problem der Produktionsplanung in Ein- und Mehrproduktunternehmen. Würzburg, Wien 1964.

Edin, R.

1971) Dynamische Analyse betrieblicher Systeme. Berlin 1971.

Elsner, K.

(1964) Mehrstufige Produktionstheorie und dynamisches Programmieren. Meisenheim am Glan 1964.

Ford, L.R.Jr., Fulkerson, D.R.

(1962) Flows in Networks. Princetown, New Jersey 1962.

Förstner, K., Henn, R.

(1957) Dynamische Produktionstheorie und lineare Programmierung. Meisenheim Am Glan 1957.

Gutenberg, E.

(1973) Grundlagen der Betriebswirtschaftslehre. Band: Die Produktion. 16. Aufl. Berlin, Heidelberg, New York 1973.

Heinen, E.

(1970) Betriebswirtschaftliche Kostenlehre. 3. Aufl. Wiesbaden 1970.

(1978) Industriebetriebslehre. 6. Aufl. 1978.

Kilger, W.

(1973) Optimale Produktions- und Absatzplanung. Köln und Opladen 1973.

- Kloock, J.
(1969) Betriebswirtschaftliche Input-Output-Modelle. Wiesbaden 1969.
- Knolmayer, G., Rückle, D.
(1976) Betriebswirtschaftliche Grundlagen der Projektkostenminimierung in der Netzplantechnik. ZfbF 28 (1976), S. 431-447.
- Kosiol, E.
(1964) Kostenrechnung. Wiesbaden 1964.
(1976) Pagatorische Bilanz. Berlin, München 1976.
- Küpper, H.-U.
(1979) Dynamische Produktionsfunktion der Unternehmung auf der Basis des Input-Output-Ansatzes. ZfB 49 (1979), S. 93-106.
(1978) Struktur einer dynamischen Produktionsfunktion der Unternehmung (Produktionsfunktion vom Typ E). Tübingen 1978.
- Leontief, W.
1966) Input-Output-Analysis. In: Input-Output Economics, Hrsg. W. Leontief. New York 1966, S. 134-155.
- Lücke, W.
(1969) Produktions- und Kostentheorie. Würzburg, Wien 1969.
- Luhmer, A.
(1975) Maschinelle Produktionsprozesse. Ein Ansatz dynamischer Produktions- und Kostentheorie. Opladen 1975.
- Matthes, W.
(1970) Probleme der simultanen Optimierung von Leistungsprozessen in Unternehmungen. Berlin 1970.
(1972) Grundmodell der Prozeßstruktur der Unternehmung. Berlin 1972.
(1973) Terminierungsmodelle für klinische Prozesse. Teil I und II. Berlin 1973.
(1979) Planpufferzeiten in Projektnetzen. Betriebswirtschaftliches Arbeitspapier Nr. 1/1979. Universität zu Köln. Köln 1979.
- Meyhak, H.
(1970) Simultane Gesamtplanung im mehrstufigen Mehrproduktunternehmen. Wiesbaden 1970.
- Pack, L.
(1966) Die Elastizität der Kosten. Wiesbaden 1966.
- Pressmar, D.B.
(1974) Evolutorische und stationäre Modelle mit variablen Zeitintervallen zur simultanen Produktions- und Ablaufplanung. In: Proceedings in Operations Research, Hrsg. P.Gessner u.a., Würzburg, Wien 1974, S. 467-475.

- Pritsker, A.A.B., Watters, L.J., Wolfe, P.M.
 (1969) Multiproject Scheduling with Limited Resources: A Zero-One Programming Approach. Management Science 16 (1969), S. 93 ff.
- Roy, B.
 (1962) Graphes et ordonnancement. Revue française de Recherche Operationelle 6 (1962), S. 323-333.
- Schiemenz, B., Seiwert, L.
 (1979) Ziele und Zielbeziehungen in der Unternehmung. ZfB 49 (1979), S. 581-603.
- Schmitt, H.J.
 (1971) Planungsbuchhaltung. Berlin 1971.
- Schneider, E.
 (1938) Absatz, Produktion und Lagerhaltung bei einfacher Produktion. Archiv für mathematische Wirtschafts- und Sozialforschung 4 (1938), S. 99-113.
- Schweitzer, M., Küpper, H.-U.
 (1974) Produktions- und Kostentheorie der Unternehmung. Reinbek b. Hamburg 1974.
- Steinmann, H., Matthes, W.
 (1972) Wissenschaftstheoretische Überlegungen zum System Gutenbergs. In: Wissenschaftstheorie und Betriebswirtschaftslehre. Hrsg. G. Dlugos, G. Eberlein, H. Steinmann. Düsseldorf 1972, S. 119-151.
- Stöppler, S.
 (1975) Dynamische Produktionstheorie. Opladen 1975.
- Tintner, G.
 (1942) The Theory of Production under Nonstatic Conditions. The Journal of Political Economy 50 (1942), S. 645-667.
 (1942) A Contribution to the Nonstatic Theory of Production. Studies in Mathematical Economics and Econometrics. Hrsg. O. Lange u.a., Chicago 1942, S. 92-109.
- Wille, H., Gewald, K., Weber, H.D.
 (1972) Netzplantechnik Bd. 1: Zeitplanung. 3. Aufl. München 1972.
- Wittmann, W.
 (1968) Produktionstheorie. Berlin, Heidelberg, New York 1968

Symbolverzeichnis zu Kapitel B

Indizes

a	= Anpassungskombination
b	= Betriebsmittelart
e	= Einsatzgüterart
h	= Zahlung
i	= Projekt
j bzw. k	= Aktion $(j=0,1,\dots,n_i,n_i+1=z)$
m	= Repetiergüter-/Stoffart
p	= Arbeitskräfteart
t	= Zeitpunkt $(t=-1,0,1,\dots,T)$
I'	= Endprodukt-/Projektart
J	= Zwischenproduktart
J'	= Vorproduktart/Teileart
$\hat{J}$	= Rüstkategorie
LJ	= Lagerpotential für Güterart J
LI'	= Lagerpotential für Güterart I'
LJ'	= Lagerpotential für Güterart J'
Lb	= Lagerpotential für Güterart b
Lm	= Lagerpotential für Güterart m

Parameter

a_{ijk}	= Minimalfrist zwischen den Anfangsterminen der Aktionen ij und ik
$\bar{a}_{ijk}$	= Maximalfrist zwischen den Anfangsterminen der Aktionen ij und ik
baz....	= Barausgabenbetrag
bez....	= Bareinnahmenbetrag
$\bar{c}_i$	= direkter Güterverbrauch für Projekt i

$\bar{c}_i^*$	= direkter Güterverbrauch pro Teilperiode für Projekt i
$\bar{c}_{Pg.}$	= direkter Güterverbrauch für das Projektprogramm
c_{ij}^*	= Gesamtverbrauch für Aktion ij
c_{ija}^*	= Gesamtverbrauch für Anpassungskombination ija
c_{ija}	= Kapazitätsbedarf pro Teilperiode für Anpassungskombination ija
d_i	= Dauer des Projektes i
d_{ij}	= Dauer der Aktion ij
$d_{ij}^{\min}$ bzw. $d_{ij}^{\max}$	= Minimal- bzw. Maximaldauer der Aktion ij
d_{ija}	= Aktionsdauer der Anpassungskombination ija
dr_{ija}	= Rüstzeit der Anpassungskombination ija
df_{ija}	= Ausführungszeit der Anpassungskombination ija
$\bar{m}_a.t$	= Beschaffungsmenge in t
f_{ijk}	= Produktionskoeffizient für Güter j in Aktion ik
m_I'	= Projektanzahl der Art I'
$r.t$	= Lagerbestandsmenge in t
r_i	= Ausbringungsmenge von Projekt i
r_{ij}	= Ausbringungsmenge der Aktion ij
r_{ijk}	= Einsatzmenge des Gutes j in Aktion ik
$r_{ija}=r_{ij}$	= Ausbringungsmenge der Anpassungskombination ija
$r_{L.t}$	= Lagerpotentialverbrauch
t', t''	= Transformationszeitpunkte
t_{ij}	= Anfangstermin der Aktion ij
t_{ij}''	= Endtermin der Aktion ij
$tf...$	= frühester Anfangstermin
$ts...$	= Spätester Anfangstermin
$tz....$	= Zahlungstermin
$vaz...$	= Vor-/Kreditausgabenbetrag

$vez...$	= Vor-/Krediteinnahmenbetrag
w_i	= Projektgewicht i
x_{ijat}	= Endterminvariable der Aktion ij mit Anpassungskombination a für t
x_{iot}	= Anfangsterminvariable von Projekt i für t
x_{izt}	= Endterminvariable von Projekt i für t
y_i	= Programmvariable für Projekt i
$z_{...ht}$	= Terminvariable der Zahlung h für t
A	= Terminrelationenmenge
A_b	= Arbeitsmenge von Betriebsmittel b
A_{ij}	= Menge der Anpassungskombinationen ija der Aktion ij
B_t	= Liquiditätsbeitrag des Projektprogramms in t
$B_t^{\min}$	= Mindestliquiditätsbeitrag in t
G	= Netzwerk/Projektsystem
H_i	= Menge direkter Zahlungen h für Projekt i
H_{ij}	= Menge direkter Zahlungen h für Aktion ij
H_{ija}	= Menge direkter Zahlungen h für Anpassungskombination ija
$\bar{I}$	= Projektmenge
J_i	= Aktionenmenge von Projekt i
N	= Knotenmenge
Q_{ij}	= Menge der Qualitätsgrade der in Aktion ij eingesetzten Güter
PG	= Produktionsprogramm
$R_{..}$	= Totalperiodenmengen
$R_{..t}$	= Teilperiodenmengen
$\bar{T}$	= Menge zulässiger Planzeitpunkte t
T_{ij}	= Menge der Einsatzzeiten der an Aktion ij beteiligten Produktiveinheiten
TP	= Terminplan

- U_{ij} = Menge der Einsatzmengen der an Aktion ij beteiligten Produktiveinheiten
 U_{pg} = Programmumfang
 $\overline{UM}^{\min}, \overline{UM}^{\max}$ = Mindest-, Höchstumsatz
 V_{ij} = Menge der Intensitätsgrade/Einsatzgeschwindigkeiten der an Aktion ij beteiligten Produktiv-einheiten
 $V_{f_{ij}}$ = Menge der in Aktion ij einsetzbaren Produktions-verfahren
 $\hat{V}_{ij}$ = Vorgängermenge der Rüstkategorie J für Aktion ij
 X = Menge aller Aktionsterminvariablen x_{ijat}
 X_i = Menge aller Aktionsterminvariablen x_{ijat} des Projektes i
 X_{ij} = Menge aller Aktionsterminvariablen x_{ijat} der Aktion ij
 Y = Menge aller Programmvariablen y_i
 Z = Menge aller Zahlungsterminvariablen