

Solveur numérique générique pour la modélisation de l'influence des contraintes mécaniques sur la propagation des ondes guidées pour les applications SHM

André Dalmora^{1,2,3}, Alexandre Imperiale¹, Sébastien Imperiale^{2,3},
Philippe Moireau^{2,3}

¹ Université Paris-Saclay, CEA, List, F-91120, Palaiseau, France;

² Inria, Project-Team M3DISIM, Inria Saclay-Ile-de-France, 91128 Palaiseau, France

³ LMS, École Polytechnique, CNRS, Institut Polytechnique de Paris, 91128 Palaiseau, France

E-mail: andre.dalmora@cea.fr

Résumé

L'évaluation de l'intégrité des structures est un aspect important des exigences de sécurité dans les applications industrielles de pointe, comme par exemple l'aéronautique et le nucléaire. Le Structural Health Monitoring (SHM) propose d'utiliser des capteurs et des unités de traitement du signal *in situ* pour surveiller l'état d'une structure. Les ondes ultrasonores guidées constituent l'un des moyens de mettre en œuvre les systèmes SHM. Les performances d'une solution SHM sont affectées par les conditions opérationnelles et en particulier les contraintes mécaniques. Un exemple typique est celui des charges opérationnelles induisant de grandes déformations et par conséquent des contraintes internes qui entraînent des changements dans la propagation des ondes. Il est donc important que la modélisation de la propagation des ondes prenne en compte ces phénomènes pour l'interprétation des signaux, la démonstration de performance et la conception des systèmes. L'objectif de notre travail est de proposer un modèle, et les méthodes numériques correspondantes, pour la propagation d'ondes élastiques dans un milieu précontraint. Comme les structures considérées sont généralement minces, nous utilisons une formulation de coque pour la mécanique non linéaire pour résoudre le problème quasi-statique, représentant les effets du chargement de la structure. Le déplacement calculé est ensuite transmis à un solveur éléments finis spectraux (SFEM) pour résoudre le problème élastodynamique linéarisé dans le domaine temporel. Au-delà de la modélisation directe nous visons à utiliser ces outils dans les boucles d'inversion pour la reconstruction de la contrainte mécanique à partir de mesures ultrasonores. Le modèle s'applique de la même façon à des configurations SHM ou à des configurations d'END et il a pour vocation d'enrichir la plateforme CIVA.

1. Introduction

La plupart des structures actuellement utilisées dans des contextes industriels ont été construites au cours du siècle dernier et les demandes d'inspection augmentent à mesure qu'elles vieillissent. L'évaluation de l'état de fonctionnement et de la durée de vie des structures revêt une importance croissante. Ce besoin d'assurer leur bon fonctionnement a favorisé le développement de techniques avancées de contrôle non destructif (CND ; *Non-Destructive Testing*) et de systèmes de surveillance de l'état des structures (*Structural Health Monitoring* ; SHM). Les systèmes SHM proposent d'utiliser des capteurs et des unités de traitement des signaux *in situ*, permettant une évaluation quasi-continue de l'intégrité de la structure parmi d'autres capacités de surveillance. Les ondes guidées ultrasonores (*Guided Waves* ; GW) sont l'un des moyens utilisés pour l'inspection. Les ondes guidées ont l'avantage de se propager sur de longues distances et d'interagir avec les inhomogénéités et les défauts, en transportant des informations sur le milieu.

Néanmoins, on sait que la propagation des ondes guidées est considérablement influencée par les conditions environnementales et opérationnelles (EOC) [1], ce qui pose un problème lorsque l'objectif est d'assurer la prévisibilité des systèmes SHM. L'un des types de conditions opérationnelles est le chargement mécanique structurel. Ces charges structurelles entraînent des déformations et des contraintes internes qui affectent de manière significative la propagation des GW. Si elles ne sont pas prises en compte, ces précontraintes causées par le chargement mécanique peuvent réduire considérablement la probabilité de détection d'une anomalie, tel qu'un défaut de fissuration par exemple. Bien que la différenciation du signal et la soustraction avec une référence soient proposées pour y remédier, les signaux de référence doivent être extraits pour tout type de déformation attendu. Pour des profils et intensités de déformation non canoniques, l'obtention de ces signaux de référence n'est



pas évidente ni fiable. Le fait de disposer d'un modèle approprié des perturbations des *EOCs* sur les observations du système peut permettre aux systèmes *SHM* d'être plus robustes. Cela est dû à la possibilité de corriger le biais indésirable causé par la déformation, permettant à ces systèmes d'opérer dans cette conditions d'opération. Une façon efficace de corriger ce biais pour une déformation arbitraire est d'utiliser les signaux ultrasonores acquis par le système SHM déjà installé pour estimer la déformation structurelle et ainsi, à travers le modèle présenté, filtrer le biais des signaux.

Dans ce travail, en utilisant un solveur numérique pour la propagation des ondes ultrasonores prenant en compte les effets de la charge structurelle et un algorithme de filtre de Kalman, nous résolvons le problème inverse qui consiste à estimer la déformation structurelle à l'aide des signaux des transducteurs ultrasonores.

Dans cette communication nous commençons par présenter brièvement le modèle de propagation des ondes dans les structures mécaniquement chargées. La résolution de ce problème est basée sur la décomposition du calcul en deux parties : un problème non linéaire quasi-statique et un problème linéarisé de propagation d'ondes à haute fréquence. Ensuite, nous utilisons ce solveur générique pour effectuer l'inversion, c'est-à-dire l'estimation de la déformation structurelle par des mesures limitées sur le champ de propagation des ondes. Ces mesures limitées sont généralement obtenues à l'aide de transducteurs ultrasonores. Nous illustrons notre stratégie en modélisant un dispositif expérimental pour une plaque d'aluminium soumise à des forces de traction. En décomposant la déformation sur des modes propres du problème quasi-statique associé, nous estimons la déformation de la plaque à l'aide du *Reduced-Order Unscented Kalman Filter* (ROUKF).

2. Approche générique pour la modélisation des effets de condition de chargement mécanique sur la propagation ultrasonore

Dans cette section, nous présentons comment la propagation des ondes ultrasonores dans une structure mécaniquement chargée est modélisée. Avec la formulation présentée ci-dessous, nous sommes en mesure de modéliser la propagation des ondes dans une structure arbitrairement déformée, comprenant des lois de comportement capables de modéliser les métaux et les composites. En considérant les différentes natures des forces appliquées nous décomposons la problématique en deux : le calcul de la déformation structurelle due à une charge mécanique statique et la propagation des ondes dans la même structure causée par une force de faible amplitude et de haute fréquence.

Le problème du calcul d'une déformation u_0 due à un chargement extérieur peut s'écrire comme suit après discrétisation sur une base éléments-finis :

$$\vec{K}(\vec{u}_0) = \vec{F}$$

où \vec{K} représente l'opérateur non linéaire de raideur et \vec{F} représente la charge mécanique appliquée. La résolution de ce système nous donne la déformation u_0 . Ce problème est résolu à l'aide d'éléments finis de coque 3D [3], qui permettent d'éviter le verrouillage numérique dans les structures minces. Cette déformation est ensuite utilisée pour résoudre le problème de la propagation des ondes, représenté par le champ de déplacements \vec{u} ,

$$\mathbb{M} \frac{d^2 \vec{u}}{dt^2} + D\mathbb{K}(\vec{u}_0) \vec{u} = \vec{F},$$

où \mathbb{M} est la matrice de masse, $D\mathbb{K}(\vec{u}_0)$ est la matrice de rigidité linéarisée autour de la déformation engendrée par \vec{u}_0 et \vec{F} représente la force appliquée par les transducteurs ultrasonores. Cette fois, ce problème de propagation d'ondes est défini sur une base d'éléments finis spectraux [2,4,7,8]. Couplé à des schémas en temps explicites, ils définissent une méthode de résolution numérique efficace permettant d'obtenir des résultats rapides et de l'utiliser dans des problèmes d'estimation tels que celui présenté dans ce travail. Pour plus de détails sur cette modélisation, cette simulation, y compris sa validation, voir [5].

3. Estimation de la déformation par méthode de filtrage de Kalman

Dans cette section, nous présentons la méthode d'inversion utilisée pour estimer la déformation structurelle à partir de mesures ultrasonores effectuées à l'aide des transducteurs. Le problème est interprété comme la minimisation de la fonctionnelle

$$\min_{\vec{u}_0} \left(r(\vec{u}_0) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_s} \int_0^T \|\vec{y}_i(t) - \vec{C}_i(\vec{u})\|^2 dt \right),$$

où r est un terme de régularisation, y les mesures ultrasonores, C_i un opérateur d'observation associé au $i^{\text{ème}}$ capteur et \vec{u} le champ de déplacement ultrasonore résultant du modèle de la section 2 où la déformation structurelle est engendrée par \vec{u}_0 . L'opérateur d'observation vise à modéliser les signaux mesurés par les transducteurs. Tout d'abord, pour réduire l'espace paramétrique, nous décomposons le champ de déplacement sur les modes propres $\{\vec{\psi}_j\}$ de vibration du problème mécanique linéarisé autour de la configuration de référence,

$$\vec{u}_0(x) \approx \sum_{j=1}^{N_\theta} u_{0,j} \vec{\psi}_j(x),$$

et nous choisissons ensuite un nombre N_θ approprié de modes à reconstruire, fixant ainsi la taille de l'espace paramétrique. Les $\{u_{0,j}\}$ sont les coefficients liés aux modes propres. La méthode utilisée est appelée *Reduced-Order Unscented Kalman Filter* [9] et consiste à mettre à jour, en utilisant le modèle présenté dans la section 2, l'estimation de la déformation à chaque échantillon des signaux ultrasonores mesurés. Cette méthode propage par ailleurs une estimation de la covariance d'erreur sur la déformation

estimée, et quantifie ainsi l’incertitude d’estimation. L’algorithme impose de fournir une déformation *a priori* à la fois pour fixer la régularisation autour de cet *a priori* mais aussi pour sélectionner les modes propres correspondant bien au type de déformation recherché.

4. Illustration d’utilisation du solveur générique pour le problème inverse

Pour illustrer la méthode, nous prenons comme référence l’expérience réalisée dans [6]. Dans cette expérience, les auteurs ont appliqué des forces de traction à une plaque d’aluminium 6061-T6 et ont mesuré les différences de vitesse des ondes guidées causées par les précontraintes. Les forces de traction ont été appliquées en 11 étapes de 0MPa à 57,5MPa. Nous visons à reconstruire la déformation de la plaque en simulant les signaux des transducteurs pour le cas de 57,5MPa et en utilisant le filtre de Kalman pour l’estimer. On visualise sur la figure 1 le champ de déplacement issu de la simulation à un temps donné et les positions des capteurs pour le problème inverse. L’algorithme de filtrage part d’une plaque non déformée et estime, uniquement à partir des signaux des transducteurs et du modèle de propagation d’ondes, la déformation de la plaque. Un exemple de signal mesuré par un des transducteurs modélisés est dans la figure 2. A partir de la déformation due à une charge axiale, nous avons pu sélectionner 7 modes propres qui caractérisent de manière satisfaisante une déformation d’étirement sur cette plaque. En estimant uniquement ces coefficients, nous sommes en mesure de reconstruire 90 % de la déformation, ce qui réduit considérablement la quantité d’informations à estimer.

En exécutant notre algorithme de filtrage, nous sommes en mesure d’estimer les 7 composantes $\{u_{0,j}\}$ du champ de déplacement statiques décomposé. Un snapshot du procédé d’estimation est présenté sur la figure 3. L’estimation de ces composantes pour ce cas est présentée dans la figure 4. Chaque composante est représentée par une couleur et une zone surlignée indique son écart-type (obtenu à partir de l’estimation de la covariance). Les lignes horizontales représentent leur valeur cible.

Bien que cette déformation puisse être représentée par une seule composante (la déformation axiale), nous choisissons de la décomposer dans une base de modes propres pour montrer sa généralité. L’objectif est d’appliquer la méthode à une structure arbitraire et à une déformation arbitraire. La quantité de modes propres sélectionnés peut être choisie en conséquence.

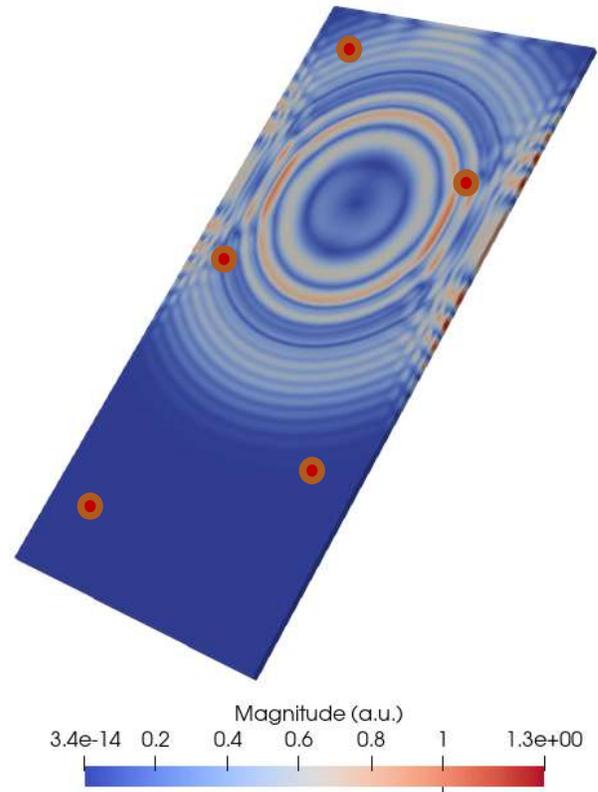


Figure 1: Exemple de snapshot de propagation d’onde. Cinq transducteurs sont modélisés sur la surface de la plaque, ce qui donne les signaux simulés.

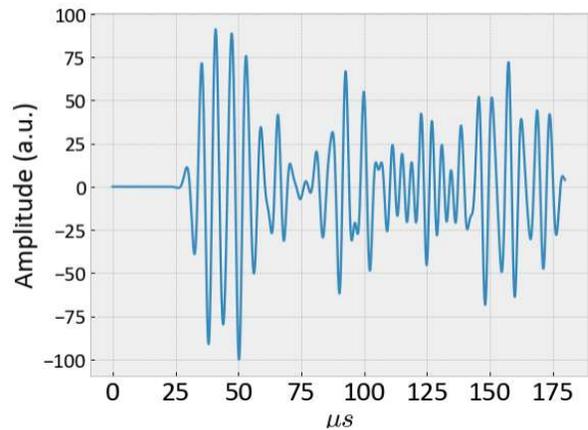


Figure 2: Exemple de signal simulé obtenu à partir de l’un des transducteurs modélisés.



Figure 3: Snapshot du procédé d'estimation. En gris, la plaque est représentée dans sa déformation cible. En couleur, une estimation partielle faite en arrêtant le procédés d'estimation avant sa fin.

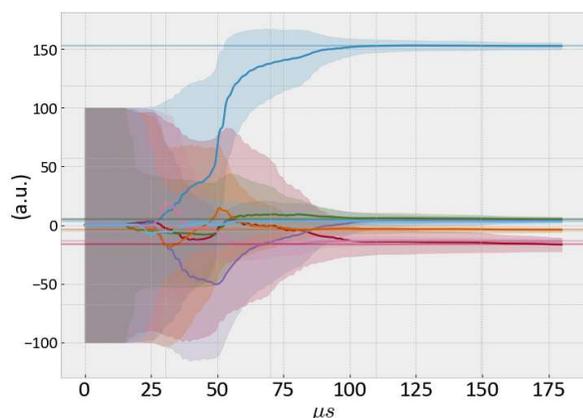


Figure 4: Estimation des composantes des modes propres dans le temps. La zone en couleur transparente correspond à l'incertitude.

5. Conclusions

Dans ce travail, nous avons introduit un solveur pour la propagation d'ondes en milieux soumis à un chargement mécanique. Le solveur est générique au sens où il peut être utilisé avec des lois de comportement hyperélastiques et des géométries arbitraires (en maillage hexaédrique). Des forces mécaniques arbitraires peuvent être aussi utilisées dans la limite du caractère bien posé du problème linéarisé. Cet aspect permet d'utiliser des approches avancées d'estimation. Nous avons, donc, utilisé ce solveur pour

mettre en œuvre une stratégie d'estimation de la déformation structurelle causée par une charge mécanique. Cette stratégie consiste en utiliser une méthode de filtrage (le ROUKF) pour corriger l'estimation d'un champ de déplacement au cours du temps des signaux mesurés. Elle est particulièrement efficace lorsque – à loi hyperélastique connue – le champ de déplacement statique peut s'écrire sur une base réduite. Nous avons illustré la méthode en estimant le champ de déformation sur un espace réduit dans le cas d'une plaque soumise à une traction. Par ailleurs, la méthode pourrait être utilisée pour l'estimation des paramètres matériaux en réduisant l'impact des incertitudes sur le milieu contrôlé. Une autre des perspectives de ce travail est la limitation de l'espace paramétrique exploré, de façon à assurer la stabilité de la méthode.

Financements

Cette recherche a été financée par le projet suivant : "GW4SHM" (gw4shm.eu) projet du programme de recherche et d'innovation Horizon 2020 de l'Union européenne sous la Marie Skłodowska-Curie, numéro de subvention 860104.0

References

- [1] Gorgin, Rahim, Ying Luo, and Zhanjun Wu. "Environmental and Operational Conditions Effects on Lamb Wave Based Structural Health Monitoring Systems: A Review." *Ultrasonics*, 106114, 2020
- [2] Imperiale, Alexandre and Demaldent, Edouard. "A Macro-Element Strategy Based upon Spectral Finite Elements and Mortar Elements for Transient Wave Propagation Modeling. Application to Ultrasonic Testing of Laminate Composite Materials." *Int. J. for Num. Meth. in Eng.* 119 (10): 964-90, 2019
- [3] Chappelle, Dominique, and Klaus-Jurgen Bathe. *The Finite Element Analysis of Shells - Fundamentals*. 2nd ed. Comp. Fluid and Solid Mec., 2011
- [4] Cohen, Gary. *Higher-Order Numerical Methods for Transient Wave Equations*. Scientific Computation, 2002
- [5] Dalmora, André, Alexandre Imperiale, Sébastien Imperiale, and Philippe Moireau. "A Generic Numerical Solver for Modeling the Influence of Stress Conditions on Guided Wave Propagation for SHM Applications.", 2022
- [6] Gandhi, Navneet, Jennifer E Michaels, and Sang Jun Lee. "Acoustoelastic Lamb Wave Propagation in Biaxially Stressed Plates." *The Journal of the Acoustical Society of America* 132 (3): 1284-93, 2012
- [7] Joly, Patrick. "Numerical Methods for Elastic Wave Propagation." In *Waves in Nonlinear Pre-Stressed Materials*, 181-281., 2007
- [8] Maday, Yvon, and Anthony T. Patera. *Spectral Element Methods for the Incompressible Navier-Stokes Equations*, 1989
- [9] Moireau, Philippe, and Dominique Chappelle. "Reduced-Order Unscented Kalman Filtering with Application to Parameter Identification in Large-Dimensional Systems." *ESAIM: Control, Optimisation and Calculus of Variations* 17 (2): 380-405, 2011