

Peter Riegler & Christoph Maas (Hrsg.)

Scholarship of Teaching and Learning in der Mathematik

Mathematik-Lehre forschend betrachten



Scholarship of Teaching and Learning in der Mathematik

MATHEMATIK-LEHRE FORSCHEND BETRACHTEN

HERAUSGEGEBEN VON PETER RIEGLER & CHRISTOPH MAAS

Inhalt

- 1 Eine neue Perspektive für die Mathematik-Lehre
Peter Riegler & Christoph Maas
- 11 Individuelle Whiteboards in der Grundlagenlehrveranstaltung
Mathematik
Kay-Rüdiger Harms
- 25 Studentische Schwierigkeiten mit dem Grenzwertbegriff und
mögliche Implikationen für die Lehre
Harald Hofberger & Peter Riegler
- 39 Mid-Proof Peer Instruction: Aufgabenkonstruktion
als Herausforderung für Lehrende
Thomas Bauer & Thomas Skill
- 55 Einsatz des Calculus Concept Inventory zur Messung
des Lernfortschritts in Mathematik-Lehrveranstaltungen
Martin Pohl
- 71 Individuelle Lernpfade in der Mathematik
Susanne Kruse & Martin Mandausch
- 85 Mathematiklehre mit Herz und Verstand
Britta Foltz
- 101 Lehrende als Lernende
Inna Mikhailova
- 109 Lehrportfolio in der Mathematik
Dietlind Zühlke



PETER RIEGLER
CHRISTOPH MAAS

Eine neue Perspektive für die Mathematik-Lehre

- Lehrende forschen über ihre eigene Lehre
- Sichtweisen und Methoden aus unterschiedlichen Fachkulturen wirken zusammen.
- Die Fragestellungen reichen von der Untersuchung einzelner Elemente einer Lehrveranstaltung bis zur Analyse der eigenen Rolle als Lehrperson.
- Dabei bleibt Lernen ein autonomer Prozess, den die Lehre nicht „machen“, sondern nur unterstützen kann.

Mein Hörsaal ist mein Labor

„Es trägt Verstand und rechter Sinn mit wenig Kunst sich selber vor“, heißt es in Goethes „Faust“ (Goethe 1808, Z. 550f.). Mit diesen Worten ermahnt Faust den effekthascherischen Wagner, sich beim Dozieren auf das Was und nicht auf das Wie zu konzentrieren. Oder, wie der Dichter im Folgenden präzisiert: „Und wenn’s euch ernst ist, was zu sagen, ist’s nötig, Worten nachzujagen?“ (ebd., Z. 552f.)

Es gibt eine lange Tradition akademischer Lehre, die auf dieser Sichtweise fußt. In diesem Verständnis ist das entscheidende Element der Vorlesung die unmittelbare Begegnung mit wissenschaftlicher Qualität. Eine solche Begegnung weckt beim Auditorium das Verlangen, Anteil an dieser Wissenschaft zu haben, das wiederum einen intrinsisch motivierten Lernprozess auslöst.

Erfahrungsgemäß funktioniert diese Ereigniskette nur bei einem sehr kleinen Teil der Teilnehmenden. (Allerdings rekrutiert sich die Gruppe derjenigen, die sich im Laufe ihres Berufslebens für eine Lehrtätigkeit an einer Hochschule entscheiden, weit überwiegend aus eben diesem Kreis.) Allenfalls ein sehr eng gefasstes Verständnis von „Studierfähigkeit“ könnte da der Frage ausweichen, was sich tun ließe, um den Lernprozess der übrigen Studierenden zu befördern.

Inzwischen gibt es an praktisch allen Hochschulen didaktische Beratungsstellen, die hierfür Unterstützung anbieten. So nützlich der Blick von außen auf die eigene Tätigkeit ist, sind damit jedoch zwei Nachteile verbunden. Nicht immer passen Rat und Schulung zur eigenen Lehrsituation. Zudem können Anregungen von außen mühelos verworfen werden, wenn sie sich unbehaglich anfühlen.

SoTL ist anders! Sie haben jetzt ein Buch vor Augen, das Sie zu einem anderen Ansatz einlädt: Sie selbst nehmen Ihre didaktische Beratung in die Hand. Sie wählen sich Fragestellungen, die aus Ihrer Lehrtätigkeit ergeben, zum Forschungsthema und legen vor der Scientific Community über Ihre Erkenntnisse und die daraus folgenden Veränderungen Ihrer Lehrpraxis Rechenschaft ab. Genauso, wie Sie auf diese Weise anderen Ihre Arbeit zugänglich machen, ziehen Sie für Ihre Untersuchungen die veröffentlichten Ergebnisse anderer heran.

Dadurch erarbeiten Sie sich nicht nur Antworten auf einzelne Fragen aus Ihrem beruflichen Alltag, sondern entwickeln durch die forschende Grundhaltung eine Gelehrsamkeit (englisch: Scholarship) in Fragen der Lehre und des Lernens. So kommt es zu der englischen Bezeichnung „Scholarship of Teaching and Learning“ (SoTL), die im deutschsprachigen Bereich meist als „Forschen über die eigene Lehre“ wiedergegeben wird.

Sie können übrigens ganz leicht selbst testen, ob Sie schon eine SoTL-Haltung einnehmen: Achten Sie einfach darauf, welche Assoziation bei Ihnen der Satz „ich habe ein Problem in der Lehre“ auslöst: Denken Sie dabei noch an eine lästige Störung in einer Ihrer Veranstaltungen, oder kribbelt es Ihnen schon in den Fingern angesichts einer herausfordernden Fragestellung, der Sie unbedingt einmal auf den Grund gehen müssen?

Was SoTL bewirkt Der persönliche Zugewinn aus der Hinwendung zu einer SoTL-Haltung lässt sich etwa in folgenden Punkten zusammenfassen (Maas 2021):

- Mein Wissen über das Lehren und Lernen in meiner Veranstaltung ist genauso abgesichert wie mein Wissen über fachliche Inhalte.
- Anders als im informellen kollegialen Gespräch entgehe ich der Versuchung, Ursachenforschung und Schuldzuweisung („faule Studenten“, „schlechter Schulunterricht“) miteinander zu vermengen.
- Ich kann mit einer grundsätzlich weltweiten Fachcommunity in Austausch treten, muss mich also im Fall der Fälle nicht mit der Rolle eines „Propheten im eigenen Land“ abfinden.
- Die eigene Reflexion und die Reaktionen auf eine Veröffentlichung liefern den dritten Schritt des PDCA-Zyklus (deutsch: „Planen – Umsetzen – Überprüfen – Handeln“), wodurch ich meine Lehre kontinuierlich verbessern kann.
- Ich zeige, dass meine Qualifikation mehr umfasst als nur das Hervorbringen neuen Wissens auf meinem Fachgebiet.

Vor allem aber eröffnet SoTL neue Zugangswege zu Fragestellungen, die immer wieder in der Lehre auftreten. Darunter sind Fragen wie „Warum verstehen die Studierenden das immer noch nicht?“ und „Was soll ich denn noch tun, damit sie es endlich begreifen?“

Im vorliegenden Buch geht es speziell darum, SoTL in der Mathematik zu praktizieren. Gegenüber dem gewohnten Umgang mit Fachinhalten kommt da einiges Neues auf uns zu:

**SoTL und Mathematik:
Vieles ist ungewohnt**

Bei unserer disziplinären Wissensproduktion untersuchen wir formale Strukturen. Bei Fragen des Lehrens und Lernens geht es an allererster Stelle um Prozesse zwischen Menschen. Wir möchten, dass unsere Lehre in den Köpfen der Studierenden einen Unterschied macht. Die vielleicht einschneidendste Konsequenz daraus ist, dass unsere Einsichten eine andere Qualität bekommen. Ziel fachlicher Arbeit in der Mathematik ist der Beweis, also die Absicherung einer Aussage, die auch nach mehreren tausend Jahren nicht in Frage gestellt werden wird. SoTL-Resultate hingegen sind immer nur vorläufiger Natur. Wir treffen hier also auf den Zwiespalt zwischen unserer Disziplin und dem „echten Leben“, den Albert Einstein schon vor 100 Jahren beschrieben hat: „Insofern sich die Sätze der Mathematik auf die Wirklichkeit beziehen, sind sie nicht sicher, und insofern sie sicher sind, beziehen sie sich nicht auf die Wirklichkeit.“ (Einstein 1921, S. 3f.)

Das hat zur Folge, dass wir uns mit Methoden vertraut machen müssen, die in anderen Feldern der Wissenschaft zu Hause sind. Als erstes fallen uns wahrscheinlich die quantitativen Methoden der Sozialwissenschaften ein, aber darüber hinaus müssen wir uns auch auf qualitative Untersuchungsweisen einlassen. Mit Letzteren haben wir es beispielsweise zu tun, wenn wir in einem „Think aloud“-Setting Studierenden dabei zuhören, wie sie an eine Grenzwertberechnung herangehen.

In unserer fachlichen Arbeit können wir jederzeit unterstellen, dass die Gegenstände unseres Interesses unseren Fragen nicht ausweichen, geschweige denn Gegenstrategien entwickeln. Unseren Studierenden gegenüber müssen wir jedoch unsere Neugier zügeln und dürfen nur das untersuchen, was ethisch vertretbar ist. Wir müssen zudem damit rechnen, dass Fragen in (vermeintlich) erwünschter Weise beantwortet oder als peinlich empfundene Antworten vermieden werden.

Andererseits können wir aber auch die Methoden unserer Wissenschaft in die SoTL-Community einbringen und so für forschend Lehrende aus anderen Gebieten Arbeitsmittel bereitstellen. Wir können beispielsweise ein Korrektiv sein bei einem allzu furchtlosen Umgang mit statistischen Methoden, der allüberall Normalverteilungen am Werk sieht, und die de

Morganschen Regeln sind beim Verneinen von Aussagen auch noch nicht überall Allgemeingut.

Ebenso können wir forschend Lehrenden anderer Disziplinen Fragestellungen an die Hand geben. Beispielsweise kann die Mathematik, die für viele der Inbegriff von „schwierig“ ist, die Frage stellen, was Lerninhalte schwierig macht – eine Frage, die auch in anderen Disziplinen gestellt werden kann.

Die weiteren Beiträge in diesem Buch

In den nachfolgenden Kapiteln stellen Ihnen Mathematiklehrende Einsichten vor, die sie durch SoTL-Untersuchungen gewonnen haben. Sie sind dabei sehr unterschiedlichen Fragestellungen nachgegangen: von dem Nutzen bestimmter Hard- oder Softwaretools über die „Entschlüsselung“ typischer Lernhürden und die Analyse von Unterrichtssituationen bis zur Reflexion der eigenen Rolle als Lehrperson.

Bei der Lektüre werden Sie an vielen Stellen sehen, worin der eigenständige Nutzen dieser Herangehensweise gegenüber dem Blick von außen auf dieselben Themen liegt. So erfahren Sie beispielsweise bei einem Überblicksaufsatz über Lehrportfolios, auf welche unterschiedlichen Weisen ein solches Portfolio aufgebaut sein könnte (Kemmer/Hess 2020). Der SoTL-Blick zeigt Ihnen, welche Entscheidungen zu einem bestimmten Aufbau geführt haben und welche Konsequenzen in der Lehre der Autor:in daraus erwachsen sind.

Whiteboards Die Art der Lehrmethode ist ein wesentlicher Faktor für den studentischen Lernerfolg. Gerade im digitalen Zeitalter gehen mit Lehrmethoden oft Aufwand für Infrastruktur und Technologie einher. Kay-Rüdiger Harms beschreibt eine fast anachronistisch wirkende, kostengünstige Lehrinnovation, bei der Studierende in Gruppen mit Whiteboards im DIN-A2-Format arbeiten – mit transformativen Effekten auf Studierende wie Lehrende.

Grenzwerte Solide Fachkenntnisse sind unabdingbare Voraussetzung für die Tätigkeit von Lehrenden – und oft ein wesentliches Hindernis. Lehrende haben als Expert:innen ihrer Disziplin charakteristische Tätigkeiten und Denkmuster oft so stark verinnerlicht, dass sie die dem Fach inhärenten Schwierigkeiten nicht mehr sehen. Wichtige Aspekte ihres Denkens und Handelns sind automatisiert und implizit. Harald Hofberger und Peter Riegler analysieren solches implizites Wissen im Zusammenhang mit dem Konzept des Grenzwerts und decken dabei mathematiktypische Konzeptionen und Vorgehensweisen auf, die in der Lehre nicht immer explizit benannt werden.

Die wissenschaftlichen Erkenntnisse von heute können bedeutsame Lehrinhalte von morgen sein. Ebenso können aktuelle SoTL-Ergebnisse zum Lehrinhalt werden, nur dass die Lernenden in diesem Fall Personen sind, die selbst lehren. Auch hier stellen sich Fragen und tun sich Problematiken auf, die im Rahmen eines SoTL untersucht werden können. Thomas Bauer und Thomas Skill untersuchen, wie sie Lehrenden eine von ihnen entwickelte Lehrinnovation zu Beweisverständnis und -konstruktion vermitteln können und welche charakteristischen Herausforderungen das für Lehrende mit sich bringt.

SoTL „zweiter Ordnung“

Wenn Lehrende ihre Lehrveranstaltungen verbessern, stellen sich früher oder später zwei Fragen: Ist es besser geworden? Und was heißt eigentlich „besser“? Martin Pohl geht beiden Fragen nach. Die Beantwortung der ersten Frage führt ihn natürlich auf Lernziele. Die Beantwortung der zweiten Frage erfordert ein Instrument, das erlaubt den Lernfortschritt Studierender zu bestimmen. Hier greift er mit dem Calculus Concept Inventory auf ein etabliertes Instrument zurück und analysiert damit den Effekt von bestimmten Lehrinnovationen auf den Lernfortschritt.

Calculus Concept Inventory

Jede Person, die Mathematik lehrt, wird mit ihrer Lehrtätigkeit auch das Ziel verfolgen, dass Studierende das Gelehrte bei der Bearbeitung zukünftiger Fragestellungen einsetzen können. Susanne Kruse und Martin Mandauch stellen ihr Kurskonzept vor, bei dem dies nicht nur ein frommer Wunsch ist, sondern tatsächlich eines der angestrebten Lernziele. Sie folgen dabei dem Paradigma des Constructive Alignment und beschreiben die Konsequenzen dieses Lernziels für Lehr- und Prüfungsgestaltung.

Lernziele ernst nehmen

Auch wenn wir uns noch so vornehmen, dass es in unseren Lehrveranstaltungen nur um „die Sache“ gehen sollte, sind dabei doch immer auch Emotionen im Spiel: Angst, Unsicherheit, Sympathie oder Begeisterung gegenüber dem Fach, der Unterrichtssituation oder der Lehrperson (beziehungsweise umgekehrt gegenüber dem Auditorium als Ganzen oder gegenüber einzelnen Personen darin). Sie haben wesentlichen Einfluss darauf, ob die Lehr-Lern-Situation gelingt. Im Einzelnen bewerten dabei Lehrende und Lernende oft sehr unterschiedlich, was davon für das Lernen besonders förderlich oder hinderlich ist. Britta Foltz hat den Forschungsstand dazu aufgearbeitet. Ihr Modell einer „Lehr-Lern-Allianz“ zeigt einen Weg auf, wie im Ausbalancieren von Distanz und Nähe, Sachorientierung und Zugewandtheit Lernprozesse wirkungsvoll unterstützt werden können.

(K)ein Platz für Emotionen

Einem verbreiteten Narrativ zu Folge waren Studierende früher besser. Wie steht es diesbzgl. mit Lehrenden? Inna Mikhailova betrachtet Lehrende als Lernende und beleuchtet Analogien zwischen dem Lernen von Lehrenden und Studierenden. Sie schaut in den Spiegel der Reflexion und beschreibt die Lernprozesse, die sie als Lehrende durchlaufen hat.

Lehrende als Lernende

Ehrlich zu sich selbst sein: Das Lehrportfolio

Wohl allen von uns gehen am Ende einer Unterrichtsstunde Gedanken zu dem, was wir gerade erlebt haben, durch den Kopf: Ist etwas gut gelaufen, ist etwas schlecht gelaufen oder war das heute einfach nur normal? Das Lehrportfolio ist ein geeignetes Instrument, um flüchtige Gedanken festzuhalten und systematisch weiter an den aufgeworfenen Fragen zu arbeiten. Dietlind Zühlke zeigt dies anhand ihrer eigenen Portfolioarbeit. Nach ihrer Erfahrung ist es besonders erfolgversprechend, sich eine Fragestellung zu wählen, zu der ohnehin eine wichtige Entscheidung ansteht – in ihrem Fall eine Lehrveranstaltung, für die ein neues Konzept benötigt wurde. Zum einen fällt es so leichter, sich für die Arbeit zu motivieren, zum anderen bieten sich in einer solchen Situation bessere Chancen, gewonnene Einsichten auch umzusetzen.

Vielfalt von SoTL

Die Beiträge in diesem Buch zeigen, wie vielfältig SoTL ist und sein kann – auch und gerade in der Mathematik (Dewar et al. 2018). Legt man die SoTL-Genres von Nelson (o. J.) zu Grunde, dann decken die Beiträge die ganze Bandbreite ab:

1. Berichte aus konkreten Lehrveranstaltungen: Harms, Kruse und Mandausch, Pohl
2. Reflexion über die eigene Lehre auf der Grundlage anderer SoTL-Arbeiten: Mikhailova, Zühlke
3. Themen im größeren Kontext (qualitative und quantitative Vergleichsstudien und Untersuchungen zu Kernfragen): Bauer und Skill, Hofberger und Riegler, Pohl
4. Formale Forschung (nahe an Fachdidaktiken und Bildungswissenschaften): Bauer und Skill, Pohl
5. Zusammenfassung und Analyse existierender Arbeiten: Foltz

In der Vielfalt der Beiträge zeigen sich auch Gemeinsamkeiten: Da ist die Auseinandersetzung damit, was Mathematik lehren und lernen schwierig macht. Da ist das Motiv „sich selbst und den Studierenden etwas Gutes zu tun“ (Zühlke, in diesem Buch, S. 110) und mehr Freude und Erfüllung aus der eigenen Lehrtätigkeit zu ziehen. Und da ist die Integration von Erkenntnissen und Methoden aus den Arbeiten anderer und aus anderen Disziplinen. Im Sinne von Boyer (1990), der den Begriff *Scholarship of Teaching* geprägt hat, sind die Beiträge in diesem Buch nicht nur Exemplare von SoTL, sondern auch von *Scholarship of Integration*. Das zeigt auch:

SoTL ist einer von mehreren, gleichberechtigten Aufgabenbereichen von Hochschullehrenden und kein Nischenthema.

Grenzen des Machbaren

Bei all dem Nachdenken über die Lehre sind sich die Autor:innen natürlich bewusst, dass sich Lernen nicht einfach „machen“ lässt. Studierende kontextualisieren neu angebotene Informationen. Sie gleichen sie also mit ihrem inneren „Weltbild“ ab und klassifizieren sie danach im schlimmsten Fall als inakzeptabel oder irrelevant, im besten Fall als kompatibel und damit einbaubar oder irgendwo dazwischen als Sonderfall („Wenn wir bei Prof. X Vorlesung haben, dann müssen wir immer das Bogenmaß verwenden, aber überall sonst läuft das normal“ – also im Gradmaß).

Die Entwicklung fachlicher Expertise dürfen wir uns nicht als Kontinuum vorstellen. Sie ist vielmehr eine Abfolge einzelner Schritte, bei denen durch korrekten Einbau einer Information eine neue Einsicht entsteht, hinter die die lernende Person zukünftig nicht mehr zurückfallen kann. Wir können Letzteres vielleicht nachempfinden, wenn wir uns vergeblich bemühen, noch einmal das kleine Kind zu sein, das eine Vorstellung davon entwickeln soll, für welche Vierbeiner das Wort „Hund“ verwendet wird und für welche nicht. Mit dem Konstrukt der „Threshold Concepts“ (Wiemer/Kenneweg 2021) können wir versuchen, die Zone zwischen unserem didaktischen Bemühen und dem für uns unerreichbaren inneren Geschehen bei den Lernenden auszuleuchten.

Auch wenn wir also nicht aus völlig eigener Kraft Lernergebnisse hervorrufen können, so können wir doch Lernhindernisse abbauen und die Voraussetzungen für erfolgreiches Lernen verbessern. Und eben diese Situationen, in denen wir merken, dass Lernen nicht funktioniert oder noch nicht durchschauen, wie hier Lernen abläuft, sind dann die besten Inspirationen für das nächste SoTL-Projekt.

Literatur

Zugriffsdatum für alle elektronischen Quellen 22.12.2021

- [1] **Barnat, M.; Szczyrba, B. (2021):** Scholarship of Teaching and Learning – von unentdeckten Einzelinitiativen zur institutionellen Förderung an Hochschulen. In: Behrendt, B. et al., Neues Handbuch Hochschullehre, Berlin: DUZ Verlags- und Medienhaus GmbH, 100. J 3.18.
- [2] **Boyer, E. L. (1990):** Scholarship reconsidered: Priorities of the professoriate. New York.
- [3] **Dewar, J. M.; Bennet, C. D.; Fisher, M. A. (2018):** The Scholarship of Teaching and Learning – A Guide for Scientists, Engineers and Mathematicians. Oxford.
- [4] **Einstein, A. (1921):** Geometrie und Erfahrung. Berlin.
- [5] **Goethe, J. W. von (1808):** Faust – Der Tragödie erster Teil. Tübingen. https://de.wikisource.org/wiki/Faust_-_Der_Trag%C3%B6die_erster_Teil
- [6] **Kemm, Y.; Hess, K. (2020):** Lehrportfolio? – Lohnt sich! In: DUZ-magazin 10/20, S. 47–50.
- [7] **Maas, C. (2021):** Damit wir wissen, was wir tun. In: DUZ-magazin 02/21, S. 42–45. <https://www.duz.de/beitrag/!/id/1061/damit-wir-wissen-was-wir-tun>
- [8] **Nelson, C (o. J.):** How Could I Do Scholarship of Teaching & Learning?, <http://web.archive.org/web/20060508075948/http://php.indiana.edu/~nelson1/SOTLGenres.html>
- [9] **Riegler, P. (2019):** Decoding the Disciplines – vom Laien zum Experten und noch einmal zu den Anfängen zurück. In: Didaktik-Nachrichten 11/2019, DiZ – Zentrum für Hochschuldidaktik, S. 3–7. www.diz-bayern.de/DiNa/11_2019
- [10] **Riegler, P. (2021):** Fünf SoTL-Problemstellungen für dieses Jahrzehnt. In: Die Neue Hochschule 2/2021, S. 8–11. https://www.hlb.de/fileadmin/hlb-global/downloads/dnh/full/2021/DNH_2021-2.pdf
- [11] **Wiemer M.; Kenneweg, C. (2021):** Threshold Concepts: Übergänge zu disziplinären Denkweisen und transformative Lernprozesse in der Fachlehre verstehen und begleiten In: Behrendt, B. et al., Neues Handbuch Hochschullehre, Berlin: DUZ Verlags- und Medienhaus GmbH, 100, A3.31.

Herausgeber

Prof. Dr. **Peter Riegler** lehrte bis vor kurzem Mathematik an der Ostfalia Hochschule. Seit Oktober 2021 leitet er das Bayerische Zentrum für Innovative Lehre – riegler@diz-bayern.de
| Foto: Michael Pulczynski

Prof. Dr. **Christoph Maas** lehrte von 1989 bis 2021 Mathematik an der Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg. Er ist Mitglied des Coach-Pools des LehrendenCoachings der Technischen Hochschule Köln – christoph.maas@haw-hamburg.de
| Foto: Fotoladen Wedel



KAY-RÜDIGER HARMS

Individuelle Whiteboards in der Grundlagen- lehrveranstaltung Mathematik

- Mit der Aktivität der Studierenden unzufrieden, darum muss sich etwas ändern
- Whiteboards kennt jeder, aber nicht als individuelle Whiteboards in der Lehrveranstaltung
- Lernen ist ein individueller Prozess, der Aktivität erfordert
- Verwendungsmöglichkeiten individueller Whiteboards in der Lehrveranstaltung
- Whiteboards senken die Hemmschwelle und ermöglichen mehr Aktivität
- Erfahrungen mit der Einbindung von individuellen Whiteboards in die Lehrveranstaltung

Es muss sich etwas ändern

Die Studierenden haben die Lehrveranstaltung in der Vergangenheit immer als sehr gut bewertet, was ist aber, wenn die/der Lehrende trotzdem nicht (mit sich) zufrieden ist? Was ist, wenn Lehrveranstaltungen den eigenen Ansprüchen nicht genügen, weil die folgenden Fragen unbeantwortet blieben:

Kann man die Aktivität der Studierenden weiter intensivieren? Wie bekommt man die Lernenden dazu, sich noch aktiver mit Mathematik zu beschäftigen, sich zu befreien von Ängsten vor Fehlern, sich gedanklich auf Mathematik einzulassen? Wie gelingt es Studierenden, die aus der Schulzeit mit Mathematik ein negatives Gefühl verbinden, sich auf Mathematik neu einzulassen und mit positiver Einstellung an „die Sache“ heranzugehen?

Lernen ist ein individueller Prozess, der aktiv ausgeführt werden muss, der Ausprobieren, Präsentieren und Diskutieren erfordert. Darum sind Lehrende gefordert, eine entsprechende Lernumgebung zu schaffen. Die Diskussion, das aktive Gespräch, der Gedankenaustausch mit anderen Lernenden muss ermöglicht werden.

Whiteboards sind bekannt, um unkompliziert und schnell Notizen in Besprechungen, Diskussionsrunden, Fortbildungsveranstaltungen usw. zu notieren und zu dokumentieren. Sie werden genutzt, um Zusammenhänge darzustellen, Skizzen anzufertigen, Ergebnisse festzuhalten und Übersichtlichkeit herzustellen. Die Nutzung von Whiteboards ist in solchen Veranstaltungen selbstverständlich. Schnelles Notieren, alles oder Teile löschen, korrigieren, ergänzen, farbig markieren usw. ist unkompliziert auf Whiteboards möglich. In Lehrveranstaltungsräumen von Hochschulen (und Schulen?) sind Whiteboards bisher nur als an der Raumfront angebrachte Tafeln in Verwendung. Die individuelle Nutzung von handlichen Whiteboards auf den Tischen bei Einzel- oder Gruppenarbeit ist praktisch unbekannt.

Die Idee, die Verwendung von Whiteboards auf die Lehrveranstaltung auszuweiten, liegt jedoch auf der Hand. In diesem Beitrag wird über die Verwendung von individuellen Whiteboards in einer Grundlagenlehrveranstaltung zur Mathematik berichtet. Es wird auf die Gründe für den Einsatz, auf die Vorteile und die wenigen Nachteile sowie auf die weiteren Möglichkeiten eingegangen.

Die Lernumgebung muss Lernen ermöglichen

„Auf das Lernen kommt es an; die Lehre ist nur ein Beitrag dazu.“ (vgl. Heger 2005, S. 158) Der Beitrag der Lehre besteht darin, eine Umgebung zu schaffen, die Lernen ermöglicht. Um zu klären, wie eine solche Umgebung zu gestalten ist, muss die Frage „Wie geschieht Lernen?“ beantwortet werden. Dass es auf diese Frage keine einfache Antwort gibt, ist allen klar. Aber es ist festzuhalten, dass mit dem Lernen jeder von uns aus der eigenen Schulzeit, einer Berufsausbildung oder dem Studium umfangreiche Erfahrungen hat. Diese bestätigen, dass das Wissen nicht einfach von der lehrenden Person zu der Person, die lernen will (oder muss), transportiert werden kann (vgl. Waldherr/Walter 2014, S. 109).

Zwar scheinen viele Studierende die Erwartung zu haben, dass Lehre an einer Hochschule in Form einer unterhaltsamen Darstellung der Lerninhalte erfolgt (vgl. Heger 2005, S. 161). Aber es ist nicht verwunderlich, dass allein durch den Besuch von Vorlesungen und Übungen, in denen lediglich vorgerechnet wird, wenig gelernt wird. Dies ist das Ergebnis aus Befragungen von Studierenden ingenieur- und naturwissenschaftlicher Studiengänge. Für das studentische Lernen in diesen Studiengängen hat die selbstständige Bearbeitung von Übungsaufgaben und die aktive Teilnahme an Übungsgruppen eine deutlich höhere Bedeutung für das Lernen als der Besuch von Frontalveranstaltungen (vgl. Deneke 2005, S. 94). Freeman et al. stellen in ihrer Arbeit fest, dass die Durchfallrate in den oben genannten Fächern für Lehrveranstaltungen in reiner Vortragsform um bis zu 55 % höher ist im Vergleich zu Lehrveranstaltungen mit aktivierenden Lehrmethoden (vgl. Freeman et al. 2014, S. 8410).

Diese Erkenntnisse passen zu anerkannten lerntheoretischen Ansätzen, nach denen jeder Mensch sein rationales Wissen selbst konstruiert. Lernende konstruieren in ihrem Lernprozess eine individuelle Sichtweise der Information. So werden eigene Ideen und Konzepte aus dem Wissensangebot generiert. Insofern ist nachvollziehbar, dass Lernende eigene Wege finden (müssen), um den eigenen Wissensstand auszubauen (vgl. Waldherr/Walter 2014, S. 108). Damit stellt sich die Frage, wie die Lernumgebung aussehen muss, damit diese individuelle Konstruktion aus dem Wissensangebot ermöglicht wird.

Wenn Lernende, wie oben beschrieben, eigene Wege finden müssen, um ihren Wissensstand auszubauen, dann müssen auch Freiheiten im Lernprozess gewährt werden, die individuelle Wege zulassen. Es muss eine aktive Aneignung von Lerninhalten und eine echte Auseinandersetzung mit diesen möglich sein (Kaiser 2005, S. 181). Deshalb ist den Studierenden Gelegenheit zum selbstständigen Arbeiten zu geben. Sie sollen aktiv ausprobieren, diskutieren und präsentieren und sich mit anderen Lernenden austauschen können (Winteler 2008, S. 20). Kurz formuliert: In der Lehrveranstaltung muss Aktivität zwischen den Lernenden ermöglicht werden.

Um dieses Austauschen und damit Aktivität in einer Lehrveranstaltung zur Mathematik zu ermöglichen, gibt es eine Mindestforderung: Das Aufschreiben von mathematischen Symbolen, Gleichungen, Rechenwegen

und dergleichen muss möglichst einfach und für alle sichtbar durchführbar sein. Gelingt dies zwischen zwei Personen noch auf einem Blatt, so ist dies bereits bei drei und mehr Personen auf dem Blatt Papier kaum mehr optimal möglich. Spätestens bei Gruppen bietet sich also die Verwendung von kleinen, handlichen Whiteboards an, da deren Verwendung – so die Erfahrung – zu einer deutlichen Verhaltensänderung führt.

Vorteile und Möglichkeiten individueller Whiteboards

1995 wird die Verwendung von Whiteboards in einer Lehrveranstaltung zur Physik in der Arbeit von Wells und anderen erwähnt (vgl. Wells et al. 1995, S. 609). Auf den Whiteboards, die eine Abmessung von ungefähr 60 mal 80 cm haben, sollen die Gruppen von Studierenden die Ergebnisse ihrer Arbeit klar und übersichtlich darstellen, um sie den anderen Gruppen zu präsentieren. Dabei wird bereits auf einige wichtige Vorteile hingewiesen: leicht beschreibbar, unterschiedliche Farben verwendbar, leicht korrigierbar. Genau diese Vorteile sind letztendlich der Grund dafür, handliche Whiteboards in Lehrveranstaltungen zu verwenden.

Whiteboards können für die Einzelarbeit und für die Gruppenarbeit genutzt werden. Sie dienen zum Erarbeiten von Themen und zum Präsentieren von Ideen und Ergebnissen. Und hier wird ein nicht zu unterschätzender Vorteil deutlich: Das auf dem Whiteboard Notierte ist für die Studierenden und die Lehrenden leicht erkennbar und somit werden die Gedankengänge transparent. Damit können die Studierenden und die Lehrenden sehr viel leichter darauf reagieren und Feedback geben.

Unschlagbar sind Whiteboards, wenn es in Einzel- oder Gruppenarbeit darum geht, Lösungsvorschläge zu erarbeiten. Auf dem Whiteboard Änderungen und Korrekturen vorzunehmen ist leicht. Offensichtlich senkt dies für Studierende die Hemmschwelle, erste unausgereifte Ideen und Lösungsansätze darzulegen, denn diese Gedanken können sehr einfach überarbeitet werden. Damit entsteht leicht eine Diskussion über die Aufgabenstellung und die Arbeitsphase beginnt schneller (vgl. McKagan/McPadden 2017). Die so geförderte Diskussion mit ersten Äußerungen zu Lösungsideen und der leichten Korrekturmöglichkeit unterstützt die Lernenden dabei zu akzeptieren, dass Fehler – gerade beim Entwickeln neuer Lösungsansätze – etwas Normales sind. Dies ist insbesondere in ingenieurwissenschaftlichen Studiengängen von Bedeutung (vgl. Reinholz 2018, S. 670). Zudem führt das größere Schriftbild, welches von den Studierenden beim Schreiben auf dem Whiteboard meistens automatisch gewählt wird, zu einer deutlich besseren Lesbarkeit für alle

Beteiligten. Um die Diskussion zu einem Thema, zum Beispiel in einer Gruppenarbeitsphase, anzustoßen, ist allein dieser Vorteil nicht zu unterschätzen.

Die Diskussion über ein Thema entsteht in der Regel jedoch nur, wenn die Aufgabenstellung passend gewählt ist. Zu leichte Aufgaben erfordern keine Diskussion und langweilen, zu schwere Aufgaben verhindern eine konstruktive Diskussion, weil Lösungsansätze nicht oder nur nach langer Zeit gefunden werden. Die geforderte Aktivität wird darum nur dann erfolgen, wenn die Aufgabenstellung interessant und angemessen anspruchsvoll ist.

Sind nach einer Arbeitsphase die Lösungsvorschläge durch die Einzel- oder Gruppenarbeit zu Ergebnissen gereift und auf dem Whiteboard festgehalten, so können diese leicht der gesamten Lerngruppe präsentiert werden. Für diese Präsentation gibt es verschiedene Möglichkeiten. Einerseits kann die Präsentation vom Arbeitsplatz aus erfolgen. Aufgrund der Schriftgröße kann die gesamte Lerngruppe das auf dem Whiteboard Notierte bei geeigneter Raumgröße gut erkennen und in die Diskussion eintreten. Andererseits kann die Präsentation aber auch von der Front des Lehrveranstaltungsraumes aus erfolgen. Dann besteht die Möglichkeit, z. B. wenn der Raum sehr groß ist, das Whiteboard über eine Dokumentenkamera zu präsentieren. Oder es wird eine Whiteboard-Galerie organisiert. Dazu werden die Whiteboards so angeordnet, dass die Studierenden von Board zu Board gehen und so in die Diskussion eintreten können (vgl. McKagan/McPadden 2017).

Wie oben bereits erwähnt sinkt die Hemmschwelle, erste und noch nicht vollständig durchdachte Ideen und Gedanken auf einem Whiteboard darzulegen, deutlich. Dieser Vorteil, zusammen mit der vergrößerten Schrift, führt gerade bei Gruppenarbeiten zu einem schnellen Eintritt in die Arbeitsphase. Denn auch in relativ großen Gruppen von bis zu sechs Personen muss nicht erst ein Blatt Papier über den Tisch gereicht werden, damit alle Gruppenmitglieder sehen können, was notiert wurde. Sogar wenn das Board waagrecht auf dem Tisch liegt, ist das Schriftbild groß genug und für alle erkennbar, so dass sich alle Gruppenmitglieder problemlos an der Diskussion beteiligen können.

McKagan und McPadden empfehlen in ihrer Arbeit (vgl. McKagan/McPadden 2017) bei der erstmaligen Verwendung von Whiteboards konkrete Anweisungen und Tipps zu geben, was und wie etwas notiert werden kann:

- die Verwendung verschiedener Farben zur Hervorhebung,
- sauber und groß schreiben, sodass die Beteiligten alles gut lesen können,
- einzelne Lösungsschritte nummerieren,
- Skizzen, Diagramme, Bilder und dergleichen anfertigen sowie
- Problemstellungen und Lösungen hervorheben.

Es ist aber festzustellen, dass Studierende, auch wenn sie anfänglich das Whiteboard eher zögerlich nutzen, wie selbstverständlich und spontan damit arbeiten, sobald sie den Nutzen erkannt haben (vgl. McKagan/McPadden 2017). Letzteres geschieht, so die Erfahrung, bereits in der ersten Lehrveranstaltung, in der Whiteboards genutzt werden.

Organisation der Lehrveranstaltung

Dieser Beitrag berichtet von der Erfahrung mit dem Einsatz von Whiteboards im Rahmen einer Grundlagenveranstaltung zur Mathematik. Dabei wurde auch das Lehrkonzept mit dem Ziel umgestellt, die Selbstorganisationskompetenz der Studierenden zu fordern und zu fördern (Harms/Wirth 2019, S. 151).

Die Erfahrung zeigt, dass viele Studentinnen und Studenten auf die Organisation des Hochschulstudiums als erste vollkommen eigenständig zu organisierende Lebensphase nicht vorbereitet sind. Die Selbstorganisationskompetenz scheint bei Studentinnen und Studenten mit abgeschlossener Berufsausbildung und entsprechender Berufspraxis durchaus günstiger entwickelt zu sein, jedoch stehen diese dann häufig vor dem Problem, das Lernen (wieder) lernen zu müssen (vgl. Heublein et al. 2017, S. 74). So haben Lehrende an einer Hochschule es häufig mit durchaus extrem heterogenen Lerngruppen zu tun. Wird zusätzlich, wie oben beschrieben, bedacht, dass das Lernen ein in hohem Maße individueller Prozess ist, wird die Herausforderung für die Lehrenden deutlich.

Den Studierenden ist das Fach Mathematik aus der schulischen Ausbildung bekannt. Viele von ihnen, auch Studierende im Ingenieurstudiengang Fahrzeugtechnik an der Ostfalia Hochschule, verbinden mit diesem Fach – aufgrund ihrer Vorerfahrungen – negative Emotionen. Daher bietet sich gerade dieses Fach an, durch einen deutlichen Wechsel der Lehrmethode ein Aufbrechen von gewohnten Lern- und Denkmustern zu ermöglichen. Dazu wird die Lehrmethode so gestaltet, dass mehr Freiraum für einen individuellen Lernprozess zur Verfügung steht. Aus diesem Grund orientiert sich die Lehrveranstaltung Mathematik I im Studiengang Fahrzeugtechnik an dem Konzept des „selbstorganisierten Lernens“, wie es von Herold und Herold für die Schulausbildung erprobt ist und für die Hochschulausbildung vorgeschlagen wird (vgl. Herold/Herold 2017, S. 243).

Die Präsenzzeit der hier angesprochenen Lehrveranstaltung besteht aus vier Semesterwochenstunden, die stets am Montagmorgen in zwei Blöcken zu je 90 Minuten in den Stundenplan eingefügt sind. Sie findet in Form einer SCALE-UP – Umgebung (Student-Centered Active Learning Environment for Undergraduate Programs) statt, die aktives und

kollaboratives Lernen unterstützt (Beichner et al. 2007, S. 3). Ein gezielter Wechsel zwischen Orientierungsphasen, strukturierten Phasen und freien Arbeitsphasen (vgl. Abb. 1) mit unterschiedlichen Sozialformen stellt eine Lernumgebung dar, in der Studierende entsprechend den individuellen Fähigkeiten eigenverantwortlich lernen können (vgl. Herold/Herold 2017, S. 133).



Abbildung 1 Phasen der Lehrveranstaltung (eigene Darstellung)

In „Orientierungsphasen“ (vgl. Herold/Herold 2017, S. 105) werden Informationen zum bevorstehenden Lernprozess gegeben. Die Orientierung wird durch „Lernlandkarten“ unterstützt, welche eine Übersicht über den Inhalt des anstehenden Lernprozesses geben. Was die Studierenden am Ende des Lernprozesses alles können könnten, wird bereits in der ersten Lehrveranstaltung des Semesters mittels einer sogenannten „Kann-Liste“, die die operationalisierten Lernziele konkret benennt, im Detail bekanntgegeben und den Studierenden als Instrument der Selbstkontrolle ausgehändigt.

In sogenannten „Strukturierten Phasen“ (vgl. Herold/Herold 2017, S. 134) werden Lernprozesse durch Lernimpulse angestoßen. Dazu werden zu Beginn einer solchen Phase Arbeitsaufgaben mit einer Zeitplanung und der Arbeitsmethode sowie einer geeigneten Sozialform durch den Lehrenden vorgegeben. In dieser Phase erlaubt die Verwendung von Whiteboards optimal aktives und kollaboratives Arbeiten. Von großer Bedeutung ist dabei auch, dass das auf dem Whiteboard Notierte für Lehrende die Gedanken der Gruppe darstellt und so die Beobachtung des Lernprozesses ermöglicht.

Neben den strukturierten Phasen dienen „Freie Arbeitsphasen“ dem selbstorganisierten Lernen. In diesen Phasen können die Studierenden frei entscheiden, wie sie die Zeit nutzen. Dabei orientieren sie sich an ihren Bedürfnissen, Fähigkeiten und am bisher erreichten Lernfortschritt. Es ist Ziel der Lehrveranstaltung, dass im Verlauf des Semesters häufiger freie Arbeitsphasen eingeplant werden können. In diesen freien Arbeitsphasen wird das individuelle Lernen besonders sichtbar, sodass Lehrende insbesondere in dieser Phase die individuelle Lernbegleitung gewährleisten können (vgl. Herold/Herold 2017, S. 136). Die Studierenden entscheiden in dieser Phase selber, ob sie sich mit einem Thema in Einzelarbeit befassen oder ob sie miteinander über ein Thema sprechen. In jedem Fall stehen die Whiteboards zur Verfügung und ermöglichen einen unkomplizierten Austausch über die mathematischen Inhalte.

Eine im Lernprozess wichtige Phase ist die „Reflexionsphase“. Solche Phasen, die nach einem mehr oder weniger langen Lernprozess stets

folgen, dienen der individuellen Selbstreflexion. Hier beantworten die Studierenden sich verschiedene Fragen, beispielsweise: „Habe ich das Lernziel erreicht?“ oder „Muss ich meinen Arbeitsplan korrigieren?“. Auch in dieser Phase kann die individuelle Lernbegleitung erfolgen (vgl. Herold/Herold 2017, S. 95).

Die Umstellung auf das Konzept des selbstorganisierten Lernens in Verbindung mit der Arbeit in Gruppen führt zu einer gewissen Steigerung der Aktivität der Studierenden (Harms/Wirth 2019, S. 151). Jedoch erbringt erst die Verwendung der Whiteboards den gewünschten Erfolg. Erst deren Verwendung vereinfacht das Aufschreiben mathematischer Inhalte und senkt die Hemmschwelle, sich aktiv an einer Diskussion zu beteiligen.

Whiteboards in der Lehrveranstaltung Mathematik

Es wurden Whiteboards in der Größe von 45 cm x 60 cm, Whiteboard-Schreiber in unterschiedlichen Farben, zugehörige Reinigungsflüssigkeit und für jedes Board ein Whiteboard-Schwamm beschafft (vgl. Abb. 2). Ein solcher Satz kostet ungefähr 50 € und stellt damit keine große Belastung für das Budget dar. Derzeit ist es noch so, dass die Whiteboards mit Zubehör im Büro des Dozenten gelagert werden. Rechtzeitig vor der Veranstaltung werden diese mit dem Zubehör in einen Transportwagen gelegt, zum Lehrveranstaltungsraum befördert und an der Eingangstür für die Studierenden bereitgestellt. Für die Zukunft ist geplant, in den Lehrveranstaltungsräumen passende Schränke aufzustellen. Dann liegen in jedem Raum, in dem eine entsprechende Lehrveranstaltung stattfindet, genug Whiteboard-Sätze bereit.



Abbildung 2 Whiteboards mit Schreiber, Whiteboard-Schwamm und Reinigungsflüssigkeit (eigene Darstellung)

Traditionell sind die Tischordnungen in den Lehrveranstaltungsräumen der Hochschule am Campus Wolfsburg für Lehrveranstaltungen in Frontalform ausgelegt. Für die Lehrveranstaltung Mathematik I, die von ca. 60 bis 90 Studierenden besucht wird, wurde daher in der ersten und zweiten Semesterwoche die Tischordnung vor der Lehrveranstaltung zunächst zu Gruppentischen umgestellt, um kollaboratives Lernen zu ermöglichen. Es wurde Wert auf Sechsergruppen gelegt. Diese Wahl erlaubt sowohl einfache Partnerarbeit als auch die Bildung von Dreiergruppen. Ab der dritten Semesterwoche übernahmen die Studierenden die Umstellung der Tische selbstständig und ohne Aufforderung. Die Arbeitsform wurde von ihnen soweit anerkannt und als bewährt empfunden.

Beim Betreten des Raumes können die Studierenden ein Whiteboard, mehrere Schreiber und einen Wischer nehmen und sich an den gewählten Platz begeben. Da sie wissen, dass pro Arbeitsgruppe ein Whiteboard benötigt wird, ist für sie bereits beim Betreten des Raumes erkennbar, ob sie ein Whiteboard und Zubehör mitnehmen müssen oder ob sich bereits ein Whiteboard am Platz befindet. Denn es bilden sich im Allgemeinen schnell feste Arbeitsgruppen, sodass gleich beim Betreten des Raumes erkennbar ist, ob ein Gruppenmitglied bereits anwesend ist und das Material schon am Gruppenplatz zur Verfügung steht.

Nachdem die Arbeitsaufgabe vorliegt (vgl. Abb. 3) beginnen die Studierenden in der Gruppe im Allgemeinen schnell mit Lösungsversuchen. Eine Studentin oder ein Student aus der Gruppe greift nach dem Whiteboard und schreibt erste Rechenschritte auf. Daraufhin beginnt auch schon die Diskussion über den Lösungsversuch und das gewünschte Gespräch über die Mathematik zu diesem Thema findet statt. Dabei hilft es, dass die Schriftgröße auf dem Whiteboard gewöhnlich größer ist und von allen Gruppenmitgliedern von ihren Plätzen aus entziffert werden kann. Insofern können sich alle problemlos an der Diskussion beteiligen, eigene Lösungsvorschläge vorbringen, Ideen äußern oder auch Verbesserungsvorschläge machen. Offensichtlich sinkt, wie oben bereits erwähnt, für die Studierenden die Hemmschwelle, zur Lösung eines mathematischen Problems beizutragen, da auf dem Whiteboard leicht Korrekturen vorgenommen werden können. Darum ist in der Lehrveranstaltung aktives Arbeiten zu beobachten. Es erfolgt im Allgemeinen ein reger Austausch über das auf dem Whiteboard Notierte, bis entweder ein Konsens über die Lösung der Aufgabenstellung gefunden ist oder, auch das ist möglich, bis eine für alle Gruppenmitglieder bedeutende und nicht zu beantwortende Frage im Raum steht. Gerade auch in solchen Situationen ist die vergrößerte Darstellung auf dem Whiteboard für Lehrende hilfreich. Da diese in einer solchen Arbeitsphase von Gruppe zu Gruppe gehen, um den Fortgang der Arbeit zu beobachten, erleichtert die vergrößerte Schrift, das bisherige Arbeitsergebnis der Gruppe zu erkennen. So wird die Denkweise der Gruppe leicht sichtbar. Dennoch können weiterhin auch die Aufzeichnungen der einzelnen Gruppenmitglieder individuell beobachtet werden. Damit können, wenn erforderlich, der Gruppe oder einzelnen Studierenden denkanregende Fragen gestellt, Tipps und Hinweise gegeben oder auch Fragen beantwortet werden.

**Lehrveranstaltung
Mathematik I**
Prof. Dr. K.-R. Harms
06.04.2020

Ostfalia
Hochschule für angewandte
Wissenschaften
Wolfsburg



Thema: Bruchgleichung lösen

Ziel
Die Lösung der Aufgabe wird der gesamten Studiengruppe präsentiert und Fragen zum Thema können beantwortet werden.

Aufgabe

- Bestimmen Sie einen Teamleiter, der während der Arbeitsphase der Gruppe die Moderation übernimmt. Er sorgt dafür, dass die Zeit eingehalten wird und die Arbeit in der Gruppe „läuft“.
- Lösen Sie die folgende Bruchgleichung:

$$\frac{2x-1}{x+2} > 3$$
- Einigen Sie sich auf zwei Personen, die die Präsentation übernehmen. Während der Präsentation unterstützt die ganze Gruppe und sie hilft auch, wenn auftretende Fragen zu beantworten sind.

Zu erarbeitende fachliche Grundlagen

- Äquivalenzumformungen für Ungleichungen
- Äquivalenzumformungen für Gleichungen
- Lösen von Bruchgleichungen mit Fallunterscheidung
- Angabe der Lösungsmenge

Erwartet wird ...
Die Präsentation der Lösungen im Plenum. Beantwortung eventuell auftretender Fragen.

Zur Verfügung steht ...

- L. Papula; Mathematik für Ingenieure und Naturwissenschaftler Band 1; e-book
- Beliebige Quellen eigener Wahl

Zeitplan

Erarbeitung der Inhalte: 30 Minuten
Präsentation der Lösungen: 10 Minuten

Abbildung 3 Arbeitsaufgabe
Bruchgleichung lösen
(eigene Darstellung)

Da hinreichend viele Whiteboards zur Verfügung stehen, hat jede Gruppe die Möglichkeit die erarbeiteten Ergebnisse auf einem gesonderten Whiteboard für die spätere Präsentation vor der gesamten Lerngruppe festzuhalten. Bisher erfolgte die Präsentation der Ergebnisse stets mit Hilfe der Dokumentenkamera, die in jedem Lehrveranstaltungsraum zur Verfügung steht. In kleineren Räumen reicht aber durchaus allein die Größe der verwendeten Whiteboards aus, um eine für die gesamte Lerngruppe sichtbare Ergebnispräsentation durchzuführen.

Abgesehen davon, dass möglicherweise mehrere Whiteboards zur Präsentation zur Verfügung stehen, zwingt der begrenzte Platz zu einer klaren und organisierten Darstellung der Ergebnisse. Auch diese Präsentation aufgabe muss von den Studierenden immer gelöst werden. So ist mit dieser Aufgabe stets auch das Ziel verbunden, das Ergebnis der Aufgabe verständlich zu präsentieren und Fragen zum Inhalt beantworten zu können.

Es ist klar, dass es immer Gruppen gibt, die die gestellte Aufgabe schneller lösen als andere Gruppen. Dies ist aber ein normales Phänomen, welches Lehrende, die Gruppenarbeit als Arbeitsmethode wählen, kennen. Hier können geeignete Zusatzaufgaben dafür sorgen, dass „lernstarke“ Gruppen sich weiterentwickeln. Auf diese Weise ist auch eine Differenzierung innerhalb der gesamten Lerngruppe gegeben.

Am Ende der Veranstaltung werden die Studierenden aufgefordert, die Whiteboards zu reinigen und beim Verlassen des Raumes diese und das Zubehör in den Transportwagen zurückzulegen.

Nicht mehr ohne Whiteboards

Die Unzufriedenheit mit der eigenen Lehrveranstaltung in Form einer mehr oder weniger auf eine Frontalveranstaltung ausgerichteten Organisation führte zu einem Umdenken und einer grundsätzlichen Überarbeitung der Konzeption der Lehrveranstaltung. Die Auswertung der Erkenntnisse zum Lernprozess zwingt Lehrende dazu, individuelle Lernprozesse durch Aktivität zu ermöglichen. Daher wurde die Arbeit in kleinen Gruppen und die Verwendung von individuellen Whiteboards eingeführt. Zudem sollte ein möglicherweise aus einer Schul- oder Berufsausbildung gewohntes Verhaltensmuster aufgebrochen werden, indem ein deutlicher Wechsel der Lehrmethoden eine neue Herangehensweise an die Mathematik auch denjenigen ermöglicht, die bisher mit Mathematik „nichts anfangen“ konnten/wollten. In diesem Beitrag geht es um die Einbindung der Whiteboards in die Grundlagenlehrveranstaltung Mathematik I.

Die Anschaffung der Whiteboards mit dem notwendigen Zubehör in der erforderlichen Anzahl stellt finanziell kein Problem dar. Der Transport zum Lehrveranstaltungsraum ist derzeit zwar umständlich und unbequem, jedoch wiegen die Vorteile diesen Nachteil deutlich auf. Zudem wird dieses Problem sich in Zukunft durch die Anschaffung passender Schränke für jeden Lehrveranstaltungsraum lösen lassen. Die Verteilung der Boards zu Beginn der Veranstaltung ist problemlos und schnell beim Eintritt in den Lehrveranstaltungsraum möglich. Genauso schnell ist die Rückgabe beim Verlassen des Raumes zu organisieren.

Für die Zusammenfassung der Arbeitsergebnisse wäre die Verwendung von etwas größeren Whiteboards denkbar. Jedoch hat sich die Größe von 45 cm x 60 cm als ideal herausgestellt. Die Boards sind leicht zu handhaben und können problemlos über den Tisch von Person zu Person gereicht werden. Insbesondere wenn der Lehrveranstaltungsraum feste Stuhlreihen besitzt, sind größere Whiteboards nicht sinnvoll. Auch bei einer solchen Konfiguration des Raumes ist die Verwendung von Whiteboard mindestens in Partnerarbeit gut möglich. Besser ist es naturgemäß, wenn die Tische und die Bestuhlung zu Gruppentischen angeordnet werden und die Arbeit in kleinen Gruppen organisiert werden kann. Dies ist in der Veranstaltung Mathematik I, an der alle Studierenden im ersten Semester, derzeit bis zu ca. 90 Personen, teilnehmen müssen, der Fall.

Es ist deutlich zu beobachten, wie durch die Gruppenarbeit in Verbindung mit den Whiteboards die Aktivität in der gesamten Lerngruppe zunimmt. Die Studierenden erkennen sehr schnell den Mehrwert durch Verwendung der Whiteboards und dementsprechend schnell nehmen sie die Arbeit mit diesen an. Dies ist einerseits auf die Arbeit in Gruppen zurückzuführen. Andererseits ist zweifellos die Verwendung von Whiteboards der Grund, warum es mehr Studierenden leichter fällt, Lösungsversuche für neue Aufgabenstellungen vorzuschlagen. Es ist leicht auf dem Whiteboard zu schreiben, die Schrift ist automatisch vergrößert und – offensichtlich der entscheidende Punkt – es ist unkompliziert Änderungen vorzunehmen. Damit fällt es vielen Studierenden leicht, ein Gespräch über die mit der Aufgabenstellung verbundene Mathematik zu initiieren und aufrecht zu erhalten. Studierende riskieren es damit durchaus Fehler zu machen. Die leichte Korrigierbarkeit des Geschriebenen – und damit des Gedachten – in Verbindung mit der damit gesunkenen Hemmschwelle, in der Lerngruppe Fehler zu machen, führt offensichtlich zu der Erkenntnis, dass es durchaus normal ist, Fehler zu machen, insbesondere, wenn neue Aufgabenstellungen vorliegen. Insgesamt entsteht so eine sehr positive Gesprächs- und Arbeitskultur in der Lehrveranstaltung Mathematik I.

Dass die Ideen der Studierenden auf den Whiteboards sichtbar werden, z. B. die Lösungsansätze für Aufgabenstellungen, mathematische Schreibweisen und Formulierungen, Umformungen und anderes, macht es Lehrenden leichter, den Lernprozess zu beobachten und passende Rückmeldungen zu geben. So werden Gedankengänge und Fehlkonzepte gut erkennbar.

Festzustellen ist, dass die Verwendung von Whiteboards in der Grundlagenlehrveranstaltung Mathematik zu der gewünschten Aktivierung der Studierenden führte und daher aus der Veranstaltung nicht mehr

wegzudenken ist. Die Unzufriedenheit mit der eigenen Lehrveranstaltung, die Ausgangspunkt für die Maßnahmen zur Veränderung war, ist verschwunden und es ist faszinierend zu sehen, wie die verschiedenen Gruppen von Studierenden über Ideen zur Lösung neuer Aufgaben diskutieren und schließlich durch eigene Aktivität Lösungswege finden. Nicht zuletzt entsteht so sogar Zufriedenheit bei den Studierenden selbst. Und dieser Aspekt ist natürlich für uns Lehrende mindestens genauso wichtig.

Literatur

Abrufdatum für alle Internetquellen: 08.10.2021

- [1] **Beichner, R. J.; Saul, J. M.; Abbott, D. S.; Morse, J. J.; Deardorff, D.; Allain, R. J.; Risley, J. S. (2007):** The student-centered activities for large enrollment undergraduate programs (SCALE-UP) project. Research-based reform of university physics, 1(1), 2–39.
- [2] **Deneke, M. (2005):** Vom Lehren zum Lernen – Eine Skizze. In: Welbers, U.; Gaus, O. (Hrsg.): The Shift from Teaching to Learning. Bielefeld, S. 93–96.
- [3] **Freeman, S.; Eddy, S. L.; McDonough, M.; Smith, M. K.; Okoroafor, N.; Jordt, H. M.; Wenderoth, P. (2014):** Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. <https://www.pnas.org/content/111/23/8410>
- [4] **Harms, K.-R.; Wirth, S. (2019):** Mathematik selbstorganisiert lernen. Tagungsband zum 4. Symposium zur Hochschullehre in den MINT-Fächern. https://www.th-nuernberg.de/fileadmin/abteilungen/sll/Dokumente/Hochschuldidaktik/MINT_Symp_19/MINT-Symposium_2019_Tagungsband.pdf
- [5] **Heger, M. (2005):** Studieren lehren. In: Welbers, U.; Gaus, O. (Hrsg.): The Shift from Teaching to Learning, Bielefeld, S. 158–163.
- [6] **Herold, C.; Herold, M. (2017):** Selbstorganisiertes Lernen in Schule und Beruf. 3. Aufl. Weinheim Basel.
- [7] **Heublein, U.; Ebert, J.; Hutzsch, C.; Isleib, S.; König, R.; Richter, J.; Woisch, A. (2017):** Zwischen Studienerwartungen und Studienwirklichkeit. Ursachen des Studienabbruchs, beruflicher Verbleib der Studienabbrecherinnen und Studienabbrecher und Entwicklung der Studienabbruchquote an deutschen Hochschulen. https://www.dzhw.eu/pdf/pub_fh/fh-201701.pdf

- [8] **Kaiser, K. (2005):** Das Lernen fördern – Theoretische Impulse für die hochschuldidaktische Praxis. In: Welbers, U.; Gaus, O. (Hrsg.): The Shift from the Teaching to Learning, Bielefeld, S. 179–186.
- [9] **McKagan, S.; McPadden, D. (2017):** Best practices for whiteboarding in the physics classroom. <https://www.physport.org/recommendations/Entry.cfm?ID=101319>
- [10] **Reinholz, D. L. (2018):** Large lecture halls: Whiteboards, not bored students. In: Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 28(7), S. 670–682. <https://doi.org/10.1080/10511970.2017.1394944>
- [11] **Waldherr, F.; Walter, C. (2014):** Didaktisch und praktisch. Ideen und Methoden für die Hochschullehre. 2. Aufl. Stuttgart.
- [12] **Wells, M.; Hestenes, D.; Swackhamer, G. (1995):** A modeling method for high school physics instruction. In: American Journal of Physics, 63(7), S. 606–619.
- [13] **Winterler, A. (2008):** Professionell lehren und lernen. 3. Aufl. Darmstadt.

Autor

Prof. Dr. **Kay-Rüdiger Harms** lehrt Mathematik an der Ostfalia Hochschule für angewandte Wissenschaften in Wolfsburg in den Ingenieurstudiengängen der Fakultät Fahrzeugtechnik – k-r.harms@ostfalia.de
| Foto: privat



HARALD HOFBERGER
PETER RIEGLER



Studentische Schwierigkeiten mit dem Grenzwertbegriff und mögliche Implikationen für die Lehre

- Der Begriff des Grenzwerts geht mit einer Anzahl konzeptueller Schwierigkeiten einher.
- Schwierigkeiten im Zusammenhang mit der Definition des Grenzwerts und dem Begriff des Annäherns werden analysiert.
- Aus der Analyse der Schwierigkeiten werden Lehrinterventionen abgeleitet.

Der Grenzwertbegriff als Schwelle

Der Grenzwertbegriff ist ein zentrales Konzept der Analysis. In der üblichen Darstellung bauen viele Konzepte wie z. B. Differenziation und Integration darauf auf. Man könnte metaphorisch formulieren, dass der Grenzwertbegriff an der Schwelle zur Analysis liegt und darüber hinaus gehend zu den Anwendungen der Analysis. Mehr noch: Der Grenzwertbegriff scheint auch ein sogenanntes Schwellenkonzept zu sein. Damit werden in der Didaktik Konzepte bezeichnet, die im Wesentlichen die folgenden Eigenschaften haben (Land et al. 2010):

Schwellenkonzept

- **Transformativ:** einmal verstanden verändert ein Schwellenkonzept den Blick auf das Fach.
- **Schwierig:** Schwellenkonzepte gehen typischerweise mit charakteristischen Verständnisschwierigkeiten einher.
- **Irreversibel:** einmal verstanden ist es nahezu unmöglich, das Erlernte zu verlernen bzw. zum Ausgangspunkt des Verständnisses zurückzu-kehren.
- **Integrativ:** Schwellenkonzepte verknüpfen oft Aspekte eines Faches, die Studierenden vorher zusammenhangslos erschienen.
- **Schwellenhaft:** der Schwellencharakter hat oft auch einen kulturellen Aspekt wie ein Übergangsritual, das in eine neue Stufe der Zugehörig-keit zu einer Gruppe führt.

Das Konstrukt des Schwellenkonzepts betrachtet die Herausforderun-gen, die ein Schwellenkonzept für Studierende mit sich bringt. Es gehen aber auch Herausforderungen für Lehrende damit einher. Darauf weist insbesondere die Irreversibilität hin: Für Lehrende als Expert:innen ist es schwer, sich in den Zustand zurückzusetzen, in dem sie selbst das Schwellenkonzept noch nicht verinnerlicht hatten. Die kognitive (und teilweise emotionale) Trennschwelle zwischen Expert:innen- und Laien-zustand macht plausibel, dass Schwellenkonzepte oft schwer zu ver-mitteln sind. Für Lehrende gehen damit sowohl intellektuelle Heraus-forderungen („Was bitte ist daran so schwierig zu verstehen?“) als auch emotionale Herausforderungen („Was soll ich denn noch tun, damit die Studierenden das endlich begreifen?“) einher.

Dieser Beitrag ist eine intellektuelle Auseinandersetzung mit den Her-ausforderungen, die der Grenzwertbegriff in der Lehre mit sich bringt. Er adressiert die folgenden Fragen und berichtet von den Antworten, die wir (bisher) gewonnen haben:

- Was macht das Grenzwertkonzept schwierig?

- Warum ist der Grenzwertbegriff für Expert:innen nicht schwierig bzw. was machen diese, so dass er nicht (mehr) schwierig für sie ist?
- Wie kann die Vermittlung des Grenzwertbegriffs gestaltet werden, so dass sie für Studierende wirksamer und für Lehrende weniger herausfordernd ist?
- Wieviel Grenzwert brauchen Studierende?

Methodisch folgt unsere Auseinandersetzung dem Prozess des Decoding the Disciplines (Pace 2017; Middendorf/Shopkow 2017), den wir im nächsten Abschnitt vorstellen werden. Mittels dieses Vorgehens konnten wir eine überraschend große Anzahl von Schwierigkeiten identifizieren, die mit dem Grenzwertbegriff einhergehen. Die aus unserer Sicht wichtigsten werden wir hier vorstellen und dabei analysieren, wie die Expertise von Mathematiker:innen dazu beiträgt, dass sie nicht (mehr) mit diesen Schwierigkeiten konfrontiert sind. Darauf aufbauend überlegen wir, wie ein Lehrkonzept aussehen kann, das die gewonnenen Ergebnisse berücksichtigt.

Decoding the Disciplines

Die Fachexpertise von Lehrenden ist ein zweischneidiges Schwert. Einerseits ist das Beherrschen des Fachs unabdingbar, um es lehren zu können. Expertise führt zu einer wachsenden Vertrautheit mit dem Fach, zu geschickten Abkürzungen in Denk- und Handlungsprozessen und damit andererseits zu einer zunehmenden Distanz, wenn nicht sogar Blindheit gegenüber den Schwierigkeiten beim Erlernen des Fachs. Das in der Mathematik sprichwörtliche „Wie man leicht sieht“ ist oft Ausdruck von solchen Aspekten der Expertise: Für Expert:innen ist es leicht zu sehen, für alle anderen wohl eher nicht. Für Lehrende sind die Schwierigkeiten der Studierenden meist schwer nachzuvollziehen – ein Aspekt, auf den auch die Irreversibilität von Schwellenkonzepten hinweist.

Fluch der Expertise

Decoding the Disciplines ist ein Prozess, der studentisches Lernen fördert, indem diese Kluft zwischen Expert:innendenken und den Bemühungen Studierender beim Erlernen dieses Denkens verringert wird. Der Prozess beginnt mit der Identifikation charakteristischer fachbezogener Lernhindernisse, sogenannter „Bottlenecks“. Der Begriff steht metaphorisch für Verengungen im Lernprozess, an denen Studierende häufig steckenbleiben. Er ist damit weitergefasst als andere Begriffe, die ebenfalls stoffbezogene Schwierigkeiten von Studierenden charakterisieren, wie etwa Fehlkonzept oder Schwellenkonzept, die als spezielle Bottlenecks verstanden werden können (Shokow/Middendorf 2020).

Decoding-Prozess Lehrende starten in den Decoding-Prozess, indem sie ein oder mehrere Bottlenecks benennen, die sie im Lernprozess der Studierenden beobachten und von denen sie sich wünschen, dass sie nicht auftreten oder dass sie die Studierenden besser beim Überwinden der Bottlenecks unterstützen können. Ein wesentliches Ziel des Prozesses ist herauszufinden, was Expert:innen tun, damit sie selbst nicht in den Bottlenecks steckenbleiben. Meist wenden sie ihnen unbewusste, expertenhafte Denkmuster an, deren Entschlüsseln bzw. Dekodieren namensgebend für den Prozess ist. Dazu werden Lehrende von Lehrenden eines anderen Faches oder anderen fachfremden Personen interviewt, die anhand gezielter Fragen herausfinden, wie die interviewte Fachperson vorgeht, so dass sie nicht vom Bottleneck beeinträchtigt wird. Die fachliche Distanz der Interviewer ist wichtig, weil sonst die Gefahr besteht, dass die Gesprächspartner in „ihrer Fachblindheit konspirieren“ (Riegler/Palfreyman 2019).

Weitere Schritte des Decoding-Prozesses zielen darauf ab, Lehrinterventionen zu entwickeln und zu testen sowie Studierenden zu vermitteln, wie Expert:innen vorgehen. Oft liefert allein das Decoding-Interview bereits wertvolle Erkenntnisse. Das ist natürlich der Fall, wenn intentionsgemäß Expertise offengelegt ist, was für die interviewte Person meist augenöffnend ist und erste Hinweise auf das weitere Vorgehen in der Lehre gibt. Im Laufe eines Interviews können auch weitere Bottlenecks sichtbar werden oder das ursprüngliche Bottleneck präziser gefasst werden, denn manchmal haben Lehrende zunächst nur vage Vorstellungen davon, wo Studierende tatsächlich steckenbleiben. Schließlich kann das Decoding-Interview auch dazu beitragen, dass Lehrende sich ihrer Lehrziele klarwerden. Zu jeder Bottleneck-Beschreibung korrespondiert ein Lehrziel, denn wenn Lehrende Bottlenecks formulieren, bringen sie einen Zustand zum Ausdruck, der überwunden werden soll, und damit ein Ziel ihrer Lehre.

Decoding-Interview zu Grenzwerten

Ausgangspunkt dieser Arbeit ist das Anliegen eines der Autoren, die Schwierigkeiten mit dem Konzept des Grenzwerts, die er bei Studierenden regelmäßig wahrnimmt, besser zu verstehen und, wenn möglich, mit seinen Lehrveranstaltungen wirksamer dazu beizutragen, dass Studierende diese Schwierigkeiten meistern. Dazu hat er sich in einen Decoding-Prozess begeben, in dessen Interview-Phase er von zwei anderen Hochschullehrenden dabei unterstützt wurde, die mit dem Grenzwert verbundenen Schwierigkeiten und sein Vorgehen als Experte transparent zu machen.

Im Zuge dieses Interviews wurde insbesondere deutlich, dass mit dem Konzept des Grenzwerts eine komplexe Vielfalt von Bottlenecks einhergeht. Um diese Vielfalt und die damit verbundenen potentiellen Schwierigkeiten von Studierenden besser greifen zu können, wurde der Videomitschnitt des Interviews transkribiert und das Transkript von den beiden Autoren bezüglich der benannten oder wahrnehmbaren Bottlenecks sowie dem dazu korrespondierenden Expertenvorgehen analysiert. Diese Analyse führte zur Formulierung von dreizehn, teilweise überlappenden Bottlenecks, von denen die meisten einer von drei Gruppen zugeordnet werden können. Eine Gruppe von Bottlenecks ist unabhängig vom Konzept des Grenzwerts und betrifft den Umgang mit Definitionen im Allgemeinen. Eine weitere Gruppe betrifft die Konzeptualisierung des Grenzwertbegriffs und damit verbunden den anschaulichen Begriff des Näherkommens. Die dritte Gruppe umfasst Schwierigkeiten, die in Situationen auftreten, in denen die Definition des Grenzwerts zur Anwendung kommt, bspw. bei der Bestimmung elementarer Grenzwerte. Der nachfolgende Abschnitt dokumentiert wesentliche Erkenntnisse dieser Analyse.

Analyse der Schwierigkeiten

Bottleneck: Definition

Das Konzept der Definition ist erstaunlich schwierig. Studierenden fällt es oft schwer zu erkennen, dass Definitionen in der Mathematik Begriffe vereinbaren. Stattdessen erwarten sie oder gehen davon aus, dass Definitionen Begriffe ausschließlich erklären bzw. deren Verwendung beschreiben, so wie Lexika das tun (Edwards/Ward 2004). Ein wesentlicher Unterschied besteht darin, dass im ersten Fall durch die Definition ein neuer Begriff entsteht, während dieser im zweiten Fall schon da ist und präzisiert wird.

Der Unterschied ist mehr als nur philosophischer Natur, denn er kann verschiedene Erwartungshaltungen auslösen: Wenn ich der Auffassung bin, dass die Definition einen Begriff beschreibt, aber nicht vereinbart, gehe ich davon aus, dass ich schon eine ungefähre Vorstellung von der Bedeutung des Begriffs habe oder haben muss – wie auch immer ich dazu gekommen bin. Die Definition zu konsultieren wird dadurch nicht absolut notwendig.

Wenn ich dagegen der Auffassung bin, dass die Definition die Bedeutung eines Begriffs vereinbart, hat die Definition einen operationalen Charakter: Sie benennt die Operationen, die durchzuführen sind, um den Begriff sachgemäß zu verwenden. Das bedeutet auch: Ich muss nicht

unbedingt eine Vorstellung vom definierten Konzept haben, um damit arbeiten zu können. Im Zweifelsfall zählt die Definition und nicht meine Vorstellung vom definierten Begriff. Der definierte Begriff muss nicht deckungsgleich mit meiner eigenen Vorstellung sein. Hinsichtlich des Umgangs mit Definitionen scheint uns ein wesentlicher Aspekt von mathematischer Expertise (und möglicherweise ein anzustrebendes Lernziel) darin zu bestehen, alleine mit dem arbeiten zu können, „was in der Definition steht“ – ohne eine Anschauung vom definierten Begriff haben zu müssen.

Konstruktive vs. nicht-konstruktive Definitionen

Die Definition des Grenzwerts ist eine operationale Definition. Sie hat zusätzlich eine weitere Besonderheit, die nicht auf alle mathematischen Definitionen zutrifft: Der definierte Begriff hat ein numerisches Attribut, nämlich den Zahlenwert des Grenzwerts. Nicht alle mathematischen Konzepte haben ein solches Attribut (z. B. Monotonie, Differenzierbarkeit, Stetigkeit). Diejenigen, die wie der Grenzwert ein numerisches Attribut haben, lassen sich zudem in zwei Klassen kategorisieren: Solche, bei denen die Definition angibt, wie der numerische Wert zu bestimmen ist (z.B. Determinante oder Steigung einer Geraden) und solche, bei denen dies nicht der Fall ist (z.B. Nullstelle, Dimension eines Vektorraums oder eben Grenzwert). Im letztgenannten Fall erlaubt die Definition „nur“ zu überprüfen, ob ein Testkandidat der numerische Wert ist. In Analogie zur Unterscheidung von konstruktiven und nicht-konstruktiven Beweisen könnte man die beiden Klassen von Definitionen als konstruktive bzw. nicht-konstruktive Definitionen des Attributwertes bezeichnen.

Der konzeptuelle Unterschied zwischen diesen beiden Klassen kann visuell verdeutlicht werden, indem man Definitionen als Prozeduren modelliert, die Objekte transformieren. Im Fall des Grenzwerts transformiert die Definition eine Folge (x_n) und einen Kandidaten a für den numerischen Wert des Grenzwerts in einen Wahrheitswert, der angibt, ob a der Grenzwert der Folge (x_n) ist, vgl. Abb. 1.

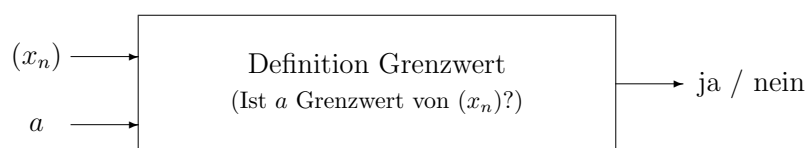


Abbildung 1 Visualisierung der tatsächlichen Funktion der Definition des Grenzwerts. Sie überprüft, ob die Eingabe a der Grenzwert der Folge (x_n) ist. Sie berechnet also den Wahrheitswert von $a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n$. (Eigene Darstellung)

Wenn Studierende diesen besonderen Charakter der Definition des Grenzwerts nicht erkennen, haben sie möglicherweise die Erwartungshaltung, dass die Definition des Grenzwerts analog zur Definition der Determinante oder der Steigung einer Geraden funktioniert, also „konstruktiv“ und direkt die Bestimmung des Zahlenwerts des Grenzwerts erlaubt. Diese Erwartungshaltung ist in Abb. 2 visualisiert. Da die Definition des Grenzwerts diese Erwartungshaltung nicht erfüllt, scheint es zumindest plausibel, dass Studierende mit dieser Erwartungshaltung die Definition meiden oder als unbrauchbar ansehen.

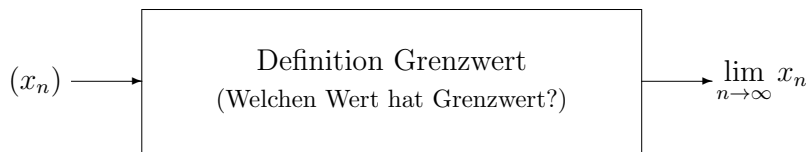


Abbildung 2 Visualisierung der möglichen Erwartungshaltung Studierender an die Definition des Grenzwerts als Operation, die erlauben soll für eine gegebene Folge (x_n) deren Grenzwert $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ zu berechnen. (Eigene Darstellung)

Tatsächlich ist die Situation um einiges komplexer, denn in der Praxis der Mathematik wird die Definition nur bei relativ einfachen, „elementaren“ Folgen zur Bestimmung des Grenzwerts verwendet. Die Grenzwerte von komplexeren Folgen werden dagegen oft kalkülhaft bestimmt, indem die Folgen auf elementare Folgen zurückgeführt werden, deren Grenzwerte bereits bekannt sind. Grundlage für dieses „Kalkül“ sind Theoreme, die bspw. für konvergente Folgen mit bekanntem Grenzwert erlauben, den Grenzwert der Summe oder des Produkts der einzelnen Folgen zu berechnen. Damit wird die Bestimmung von Grenzwerten, die aufgrund der Definition des Konzepts zunächst nicht konstruktiv bzw. kalkülhaft ist, doch wieder zu einer kalkulatorischen Tätigkeit. Der Zweck und die Bedeutung der nichtkonstruktiven Grenzwertdefinition läuft dadurch Gefahr, in den Augen der Studierenden weiter verschleiert zu werden, sobald das Berechnen von Grenzwerten im Vordergrund steht.

Bottleneck: Bedeutung von Annähern bzw. Näherkommen

Die Definition des Grenzwerts operationalisiert implizit einen Begriff, der für die anschauliche Bedeutung des Grenzwerts essentiell ist, nämlich den Begriff des Annäherns oder Näherkommens. Studierenden fällt es schwer zu erkennen, dass sich diese Begriffe wesentlich von ihrer Alltagsbedeutung unterscheiden. Abb. 3 zeigt drei, aus unserer Sicht prototypische, Situationen der Annäherung an den Grenzwert, an Hand derer wir im Folgenden die unterschiedlichen Bedeutungen von Näherkommen erläutern wollen.

Die entscheidende Frage ist: Näher kommen *als was*? Eine nahe liegende Antwort ist „näher kommen als zuvor“, d. h. der Abstand $|x_{n+1} - a|$ des Folgenglieds x_{n+1} vom Grenzwert a ist geringer als der im Schritt zuvor, also der Abstand $|x_n - a|$ des Folgenglieds x_n von a . Formal notiert:

$$\forall n \in \mathbb{N} : |x_{n+1} - a| < |x_n - a| \quad (1)$$

Hat man diese Vorstellung von Näherkommen, wird man nur die linken beiden der in Abb. 3 gezeigten Folgen als konvergent gegen den Grenzwert a bezeichnen. Leser:innen, die Analysis lehren, wird diese Präferenz sicher bekannt sein, möglicherweise sogar, dass Studierende mitunter nur die linke Folge als konvergent betrachten. Unser Punkt hier ist: Was Studierende unter Näherkommen verstehen, kann *eine* aus einer Vielzahl von speziellen Vorstellungen darüber sein, wie Näherkommen stattfindet. Der Ausdruck (1) beschreibt eine davon. Damit haben wir eine Situation, die zu Fehlkonzepten führen kann. Für Fehlvorstellungen ist häufig charakteristisch, dass es sich um Alltagsvorstellungen

Immer näher vs. beliebig nahe vs. schließlich beliebig nahe

handelt, die Spezialfälle des wissenschaftlichen Konzepts sind. Solche Fehlvorstellungen sind aber nicht unbedingt feste, „alternative Vorstellungen“, sondern sind eher spontan gebildete Konzeptionalisierungen.

Für mathematische Expert:innen ist die Antwort auf die Frage „Näher kommen als was?“ dagegen eine andere: Irgendwann (ab einem Index K) dauerhaft (für alle Indizes $n > K$) näher kommen als eine Schranke maximalen Abstands ε , und zwar unabhängig davon, wie klein diese Schranke gewählt wird (für alle $\varepsilon > 0$ gibt es ein solches K). Das ist eine mögliche Formulierung des „wissenschaftlichen Konzepts“ des Näherkommens, das deutlich allgemeingültiger als die oben beschriebenen Vorstellungen ist und in der Definition des Grenzwerts präzisiert ist: Zu jedem $\varepsilon > 0$ gibt es einen Index K , so dass $|x_n - a| < \varepsilon$ für alle $n > K$ gilt. Formal notiert bedeutet Näherkommen also:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists K \in \mathbb{N} \forall n > K : |x_n - a| < \varepsilon \quad (2)$$

Die formale Definition von Näherkommen schließt nicht aus, dass man sich zwischenzeitlich auch einmal entfernt. Selbst bei der Anreise zu vielen Reisezielen ist dies der Fall. Insbesondere erlaubt diese Vorstellung von Näherkommen, die in Abb. 3 rechts dargestellte Situation ebenfalls als Näherungsprozess zu sehen.

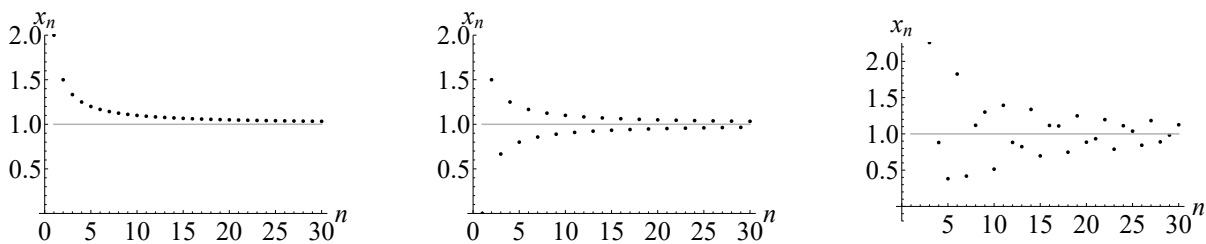


Abbildung 3 Unterschiedliche Möglichkeiten des Näherkommens an den Grenzwert: monoton (links); alternierend (Mitte); „schließliches Näherkommen“, obwohl der Abstand zum Grenzwert zwischenzeitlich zunehmen kann (rechts). (Eigene Darstellung)

Bottleneck: (ritualisierte) Parametrisierung des Abstands

Eine Schwierigkeit bei der durch die Grenzwertdefinition vorgenommenen Konzeptionalisierung und Formalisierung von Annähern an den Grenzwert besteht darin, die Bedeutung der einzelnen Symbole in der Definition (2) zu erkennen und zu verstehen. Dreh- und Angelpunkt dabei ist die Schranke maximalen Abstands ε , die „beliebig, aber fest“ zu wählen ist, also die Rolle eines Parameters hat. Folgerichtig beginnt der definitionsgemäße Nachweis, dass eine Folge (x_n) einen Grenzwert a hat, mit der Deklaration von ε als Parameter, häufig in der ritualisierten Formulierung „sei $\varepsilon > 0$ “.

Rituale erlauben schwierige Situationen mittels standardisiertem Vorgehen zu meistern (man denke an Einschlafrituale für kleine Kinder). Das „sei $\varepsilon > 0$ “-Ritual standardisiert auch für Expert:innen die notwendige Parametrisierung. Studierenden dagegen dürfte der Zweck und Nutzen dieses Rituals (und allgemein von rituellem Vorgehen) nicht bewusst sein.

Expert:innenvorgehen

Das jeweilige Vorgehen, mit dem Expert:innen die hier thematisierten Schwierigkeiten meistern, mag unspektakulär erscheinen. Eine solche Einschätzung ist allerdings bereits ein wesentliches Kennzeichen von Expertise.

Wir müssen betonen, dass die analysierten Schwierigkeiten für Studierende nicht isoliert voneinander auftreten. Die Expertise von fachkundigen Personen besteht also auch darin, viele Dinge „auf einen Streich“ zu meistern. Studierende dagegen dürften im Allgemeinen nicht in der Lage sein ohne Hilfe festzustellen, was die Definition des Grenzwertes für sie schwierig macht und an welcher Schwierigkeit sie besonders hängen bleiben.

Überlegungen für ein Lehrkonzept

Grenzwertverifikation als epistemisches Spiel

Aus unserer Sicht ist das „ ε - K -Spiel“ geeignet, Studierenden den Zweck der Parametrisierung und allgemein den operationalen Workflow der Grenzwertdefinition zu explizieren: Im Falle der Konvergenz gibt eine Person konkrete ε -Werte vor, auf die eine zweite Person mit einem passenden, konkreten K -Wert reagiert, aber dann als Antagonist feststellen muss, dass damit nicht garantiert ist, dass die Folge dem Grenzwert beliebig nahe kommt. Die erste Person wird nun möglicherweise einen kleineren und wieder kleineren ε -Wert wählen, solange bis eine von beiden feststellt, dass die Strategie, konkrete ε -Werte zu wählen, durch eine Parametrisierung ersetzt werden muss. Ein Beispiel für einen Dialog, der so entstehen kann, geben Fischer und Kaul (2018) im Abschnitt 4.6 ihres Lehrtextes.

„ ε - K -Spiel“

Im Falle der Divergenz oder der Nicht-Konvergenz gegen einen vermuteten Grenzwertkandidaten besteht die Antagonist:innen-Rolle dagegen darin nachzuweisen, dass die Folge dem vermuteten Grenzwert nicht dauerhaft näher als ein konkreter ε -Wert kommt.

Diagnose studentischer Schwierigkeiten

Bisher konnten wir nicht systematisch erheben, in welchen Ausprägungen die analysierten Schwierigkeiten mit dem Grenzwertkonzept und der Definition des Grenzwerts bei Studierenden auftreten. Selbst nach einer solchen Untersuchung halten wir es allerdings für sinnvoll

in jeder Lehrveranstaltung zur Analysis aufs Neue zu untersuchen, ob und in welchem Ausmaß diese Schwierigkeiten tatsächlich vorhanden sind. Dazu schlagen wir nachfolgend zwei Diagnosefragen in Form einer Peer-Instruction-Frage (Mazur 1997) vor.

Diagnosefragen

Die vorgeschlagenen Diagnosefragen haben nicht nur den Zweck herauszufinden, wo Studierende bzgl. Grenzwert und dessen Definition stehen und wie sie darüber denken, sie sind auch Startpunkt einer möglicherweise nachfolgenden Lehrintervention. Die Diagnosefragen sollen Studierenden ihr derzeitiges Verständnis bewusstmachen, indem sie dieses explizieren. Im nächsten Schritt können die Vorstellungen mit anderen Vorstellungen anderer Personen (Studierende/Lehrende) in Konflikt gebracht werden, um überhaupt zu erkennen, dass ein konzeptuelles Problem vorliegt. Zudem wird so Aufmerksamkeit für eine nachfolgende Klärung durch Lehrende (oder auch Mitstudierende) erzeugt. Peer Instruction ermöglicht diese Aspekte per Design und besonders wirksam (Riegler 2020).

Die folgende Diagnosefrage dient v.a. dazu herauszufinden, welche Vorstellungen Studierende von der Annäherung an den Grenzwert haben:

Beispiel

Dass eine Folge (x_n) konvergiert, bedeutet:

(A) Egal welchen maximalen Abstand der Folgenglieder zum Grenzwert man gewillt ist zu akzeptieren, dieser Abstand wird ab einem bestimmten Indexwert dauerhaft unterschritten.

(B) Die Folgenglieder x_n bewegen sich für $n \rightarrow \infty$ auf den Grenzwert zu, ohne diesen jemals zu erreichen.

(C) Die Folgenglieder x_n bewegen sich für $n \rightarrow \infty$ von einer Seite auf den Grenzwert zu, ohne jemals über den Grenzwert hinausschießen.

(D) Der Abstand zum Grenzwert wird immer geringer, d. h. wenn das Folgenglied x_n zum Grenzwert einen Abstand ε hat, dann muss der Abstand des nächsten Folgenglieds x_{n+1} vom Grenzwert kleiner als ε sein.

(E) Keines der obigen.

Dagegen hat die nachfolgende Diagnosefrage eher den Zweck herauszufinden, wie Studierende die Definition des Grenzwerts wahrnehmen bzw. welche Erwartung sie ihr gegenüber haben:

Beispiel

Welche der folgenden Aussagen beschreibt zutreffend, was die Definition des Grenzwerts leistet?

(A) Die Grenzwert-Definition ermöglicht, den Grenzwert einer gegebenen Folge zu berechnen.

(B) Die Grenzwert-Definition ermöglicht nur, den Grenzwert von konvergenten Folgen zu berechnen.

(C) Die Grenzwert-Definition ermöglicht nur, zu überprüfen, ob ein vermuteter Wert für den Grenzwert tatsächlich der Grenzwert ist.

(D) Die Grenzwert-Definition ermöglicht keine der oben genannten Dinge.

Möglicherweise klärt die Diskussionsphase der Peer Instruction schon für viele Studierende, dass die Definition keine Berechnung von Grenzwerten ermöglicht. Von Lehrendenseite kann die Gewinnung dieser Einsicht unterstützt werden, indem die verschiedenartigen Strukturen der Definitionen wertbehafteter Größen durch Diagramme der Art der Abbildungen 1 und 2 visualisiert werden.

Definitionen als große Ideen

Der zweite Teil der Intervention kann nun darin bestehen, die gewonnene Erkenntnis zu verallgemeinern. Dazu sollten Studierende alle Definitionen, die sie bisher im Kurs kennengelernt haben, dahingehend untersuchen, ob diese wertbehaftete Größen definieren und ob sie deren direkte Berechnung erlauben. Dies sollte auch bei zukünftig neu hinzukommenden Definitionen wiederholt werden.

Wir sehen hier die Chance, die Aufmerksamkeit der Studierenden auf die Struktur mathematischer Definitionen zu lenken. McTighe und Silver (2020) empfehlen Kursinhalte nicht entlang von Inhalten, sondern entlang „großer Ideen“ zu strukturieren. Um zu unterstreichen, dass der Fokus auf einer großen Idee liegt und nicht auf einer thematischen Einheit, empfehlen sie außerdem Lektionen mit „A study in ...“ zu überschreiben. Hier könnte die Überschrift sein: Grenzwerte – eine Untersuchung, warum mathematische Definitionen „so sind, wie sie sind“.

Zusätzlich kann es lohnend sein, Studierende an passender Stelle erkennen zu lassen, dass die Werkzeuge der Grenzwertberechnung die Kenntnisse anderer Grenzwerte voraussetzen. Bei den arithmetischen Grenzwert-Rechenregeln wird die Kenntnis von elementarerer Grenzwerten vorausgesetzt. Eine direkte Berechnung von Grenzwerten ist durch diese Rechenregeln also ebenfalls nicht möglich.

Wieviel Grenzwert brauchen Studierende?

Wenn es uns als Lehrenden wichtig ist, dass Studierende bestimmte Schwierigkeiten, die wir beobachten, überwinden, dann sind das Überwinden dieser Schwierigkeiten bzw. die Vermittlung der dazu notwendigen Fähigkeiten wichtige Lehrziele. Als Lehrende müssen wir uns aber auch umgekehrt fragen: Ist es wirklich so wichtig, dass Studierende eine gewünschte Fähigkeit entwickeln? Zeit ist in der Lehre ein notorisch knappes Gut, was unweigerlich dazu führt, dass wir hinsichtlich unserer Lehrziele Prioritäten setzen müssen.

Hinzu kommt, dass Mathematik eine facettenreiche Wissenschaft ist. Mathematik entwickelt u.a. mächtige Kalküle und stellt diese ganz unterschiedlichen Anwendungsfeldern zur Verfügung. Zudem ist Mathematik eine Strukturwissenschaft und stellt Methoden zur Beschreibung und Formalisierung von Strukturen bereit. Unterschiedliche Studiengänge sind solchen Aspekten der Mathematik unterschiedlich nahe. Die Elektrotechnik beispielsweise nutzt eher die kalkulatorischen Methoden der Mathematik, während in der Informatik eher strukturwissenschaftliche Aspekte im Vordergrund stehen.

Für Studierende der Elektrotechnik hat die Fähigkeit, Grenzwerte kalkülhaft zu berechnen, möglicherweise eine größere Bedeutung als die Formalisierung des Begriffs Annähern mit Hilfe der Definition zu durchdringen und damit zu arbeiten. Hier halten wir es für durchaus erwägenswert auf eine formale Definition des Grenzwerts zu verzichten und so die mit dem nichtkonstruktiven Charakter der Definition verbundenen Schwierigkeiten zu vermeiden. Stattdessen wäre das Ziel, zunächst den Begriff des Annäherns an den Grenzwert informell zu klären (etwa anhand pathologischer Situationen wie die in Abb. 3 rechts), möglichen Fehlkonzepten entgegenzuwirken und richtige Intuitionen zu vertiefen, um dann auf der Grundlage der Theoreme zu Grenzwerten von Summen, Produkten usw. konvergenter Folgen Studierende in die Lage zu versetzen, Grenzwerte zu berechnen.

Für Studierende der Informatik dürften die erstrebenswerten Lehrziele genau anders herum liegen: In ihrem Berufsbild ist es weniger wichtig Kalküle zu beherrschen als Konstrukte präzise zu formalisieren und Formalisierungen auf Korrektheit zu überprüfen. Für sie sollte daher ein Arbeiten mit der formalen Definition im Vordergrund stehen: Formalisieren des eigenen intuitiven Verständnisses von Annähern, entschlüsseln, was die Definition des Grenzwertes leistet und wo sie sich von der eigenen Intuition unterscheidet, und überprüfen, dass die Definition auch in scheinbar pathologischen Fällen das leistet, was sie leisten soll.

Diese Überlegungen bringen jedoch ein Dilemma mit sich, wenn Studierende der Informatik und der Elektrotechnik in einem gemeinsamen Kurs ausgebildet werden. Ein naheliegender Weg aus diesem Dilemma ist, die unterschiedlichen Lehrziele für die Studiengänge aufzugeben und identische Lehrziele für beide Gruppen zu haben. Ein anderer Weg besteht möglicherweise darin, zunächst mit dem skizzierten Curriculum für Elektrotechnik-Studierende zu beginnen und dann die formale Definition des Grenzwerts folgen zu lassen. Lehrziele, die mit der formalen Definition in Verbindung stehen, könnten dann für die Elektrotechnik zur Kür erklärt werden, während sie für die Informatik natürlich Pflicht sind.

Wir selbst haben für uns noch keine abschließende Antwort darauf gefunden, was die Konsequenzen der hier analysierten und diskutierten Schwierigkeiten des Grenzwertbegriffs für unsere Lehrveranstaltungen sind. Wir sind uns insbesondere bewusst, dass unsere bisherigen Überlegungen Definitionen einen anderen Stellenwert geben und zu einem anderen Umgang mit Definitionen führen als wir dies im Mainstream der Mathematiklehre wahrnehmen. Daher sehen wir unsere bisherige Arbeit auch als Beitrag zu einem Diskurs unter Lehrenden über die Fragestellung, welche Rolle Definitionen im Zusammenhang mit Lehrzielen spielen, die wir in der Mathematik für lohnend halten und erreichen wollen.

Wir danken den Mitgliedern des Arbeitskreises Decoding the Disciplines und besonders den beiden

Interviewern für die Zusammenarbeit bei der Durchführung und Analyse des Interviews.

Literatur

- [1] **Edwards, B. S.; Ward, M. B. (2004):** Surprises from mathematics education research: Student (mis) use of mathematical definitions. In: The American Mathematical Monthly, 111(5), S. 411–424.
- [2] **Fischer, H.; Kaul, H. (2018):** Mathematik für Physiker Band 1. 8. Auflage. Berlin.
- [3] **Land, R.; Meyer, J. H.; Baillie, C. (2010):** Threshold Concepts and Transformational Learning. Rotterdam.
- [4] **Mazur, E. (1997):** Peer Instruction. Upper Saddle River, NJ.
- [5] **McTighe, J.; Silver, H. F. (2020):** Teaching for Deeper Learning: Tools to Engage Students in Meaning Making. Alexandria, VA.
- [6] **Middendorf, J.; Shopkow, L. (2017):** Overcoming student learning bottlenecks. Sterling, VA.
- [7] **Pace, D. (2017):** The decoding the disciplines paradigm: Seven steps to increased student learning. Bloomington.
- [8] **Riegler, P. (2019):** Peer Instruction in der Mathematik – Didaktische, organisatorische und technische Grundlagen praxisnah erläutert. Berlin.
- [9] **Riegler, P.; Palfreyman, N. (2019):** Decoding the Disciplines: Entwicklung effektiver Lernaktivitäten durch fachbezogene Lerngespräche. In: Meissner, B.; Walter, C.; Zinger, B.; Haubner, J.; Waldherr, F. (Hrsg.): Tagungsband zum 4. Symposium zur Hochschullehre in den MINT-Fächern. Nürnberg.
- [10] **Shopkow, L.; Middendorf, J. (2020):** Caution! Theories at Play! Threshold Concepts and Decoding the Disciplines. In: Timmermans, A.; Land, R. (Hrsg.): Threshold Concepts on the Edge. Leiden, S. 37–50.

Autoren

Prof. Dr. **Harald Hofberger** lehrt Mathematik an der Ostbayerischen Technischen Hochschule Amberg-Weiden – h.hofberger@oth-aw.de
| Foto: privat

Prof. Dr. **Peter Riegler** lehrte bis vor kurzem Mathematik an der Ostfalia Hochschule. Seit Oktober 2021 leitet er das Bayerische Zentrum für Innovative Lehre – riegler@diz-bayern.de
| Foto: Michael Pulczynski



THOMAS BAUER
THOMAS SKILL



Mid-Proof Peer Instruction: Aufgabenkon- struktion als Herausforderung für Lehrende

- Verstehen von mathematischen Beweisen – eine Herausforderung für Studierende
- Mid-Proof Peer Instruction – eine aktivierende Methode zur Unterstützung beim Beweisverstehen
- Konstruktion von herausfordernden Aufgaben für Mid-Proof Peer Instruction als anspruchsvolle Aufgabe für Lehrende
- Explorative Interviewstudie: Welche Fragen konstruieren Lehrende zu einem gegebenen Beweis und wie nutzen sie ein ihnen vorgelegtes Modell zur Fragenkonstruktion?
- Möglichkeiten für eine Weiterentwicklung des Modells

Studierende beim Verstehen von Beweisen unterstützen

Am Beginn des Mathematikstudiums stellt der Umgang mit mathematischen Beweisen in der Hochschulmathematik für Studierende eine neuartige Anforderung dar. Diese liegt einerseits im Verstehen von Beweisen, die in Vorlesungen präsentiert werden (Beweisverstehen), und andererseits im eigenständigen Führen von Beweisen im Rahmen von Übungsaufgaben (Beweiskonstruktion). Dass viele Studierende sowohl beim Beweisverstehen als auch bei der Beweiskonstruktion auf Schwierigkeiten stoßen, ist vielfach untersucht und bestätigt worden (siehe etwa Selden 2012 und Moore 1994 sowie die dort zitierte Literatur).

Im vorliegenden Beitrag fokussieren wir das Verstehen von in Vorlesungen präsentierten Beweisen. Als Möglichkeit, um Studierende hierbei zu unterstützen, haben wir – motiviert durch Erprobungen in unserer eigenen Lehre – vorgeschlagen, die Idee der Peer Instruction (Mazur 1997) in einer spezifischen, auf das Beweisverstehen angepassten Weise einzusetzen (Bauer/Skill 2019). Peer Instruction wurde von Mazur ursprünglich als Komponente eines Flipped-Classroom-Unterrichtsdesigns entwickelt. Die Methode lässt sich aber auch außerhalb von Flipped-Classroom-Szenarien produktiv einsetzen, z.B. in mathematischen Übungsgruppen (Bauer 2019). In Bauer/Skill (2019) wurde nun gezeigt, wie sie sich als Unterstützungsmaßnahme inmitten von Beweispräsentationen einsetzen lässt – wir bezeichnen dies als *Mid-Proof Peer Instruction*. Erste Ergebnisse (Bauer/Skill 2020) sind recht ermutigend und zeigen darüber hinaus, dass der Einsatz der Methode auch diagnostisches Potential für Lehrpersonen bietet, da sie auf diese Weise inmitten einer Beweispräsentation wertvolle Einblicke in das Verständnis der Studierenden erhalten können.

Die Konstruktion von Fragen für Peer Instruction ist eine nichttriviale Aufgabe. Es gilt, bei den Studierenden nicht nur *äußere Aktivierung*, sondern *kognitive Aktivierung* zu erreichen (hierzu vgl. Leuders/Holzäpfel 2011), indem man sie mit herausfordernden Fragen konfrontiert, die auf konzeptuelles Wissen zielen. Die verwendeten Distraktoren sollen dabei mögliche Fehlvorstellungen beinhalten, damit diese von den Studierenden gezielt diskutiert und bearbeitet werden. Für die Einsatzvariante der Mid-Proof Peer Instruction leiten wir daraus die Anforderung ab, Fragen zu konstruieren, die zentrale Argumente des Beweises („Knackpunkte“) betreffen oder mögliche Verständnisschwierigkeiten fokussieren, die den Zugang zu zentralen Ideen des Beweises verhindern könnten.

Um die Praktikabilität der Methode beurteilen zu können, ist es neben der Wirkung der Methode auf Studierende auch von Bedeutung, wie Lehrende bei ihrem Einsatz vorgehen und wie sie ggf. unterstützt werden können. Da die Konstruktion geeigneter Fragen den zentralen vorbereitenden Schritt für den Einsatz von Mid-Proof Peer Instruction darstellt,

untersuchen wir im Rahmen einer kleinen explorativen Interviewstudie, welche Fragen Lehrende zu einem gegebenen Beweis konstruieren und wie sie mit dem Modell zur Fragenkonstruktion aus Bauer/Skill (2019) arbeiten können.

Hintergrund und Fragestellung

Beweisverstehen als Anforderung an Studierende

Beweise nehmen in der Mathematik eine zentrale Rolle ein. Als „Träger des mathematischen Wissens“ (Hanna/Barbeau 2008) wird ihnen insbesondere in der universitären Ausbildung ein hoher Stellenwert beigemessen. Vom ersten Semester an werden Studierende daher mit zwei beweisbezogenen Anforderungen konfrontiert: In Übungsaufgaben wird das Beweisen vorgegebener Aussagen verlangt. Diese Aufforderung zur *Beweiskonstruktion* stellt den Anlass für eine problemlösende Befassung mit neu kennengelernten Begriffen und Sätzen dar. Daneben stellt sich Studierenden aber auch eine Herausforderung im *Beweisverstehen*, wenn sie in Vorlesungen (und begleitenden Texten) die präsentierten Beweise durchdringen sollen, um darin zuvor eingeführte Begriffe und Sätze in ihrem Zusammenwirken zu erleben und Muster für eigene Beweiskonstruktionen kennenzulernen. Sowohl Beweiskonstruktion als auch Beweisverstehen können für Studierende gerade am Studienbeginn erhebliche Herausforderungen darstellen (Selden 2012).

Mid-Proof Peer Instruction: Aktivierung inmitten von Beweisen

Im vorliegenden Beitrag geht es uns um die Unterstützungsmöglichkeiten beim *Beweisverstehen*, und dabei konkret um das Verstehen von Beweisen, die in Vorlesungen präsentiert werden. Als Unterstützungsmaßnahme wurde in Bauer/Skill (2019) vorgeschlagen, die Idee der Peer Instruction (Mazur 1997) dahingehend zu nutzen, dass inmitten einer laufenden Beweispräsentation an geeigneten Stellen Peer-Instruction-Phasen eingeschoben werden, die die Studierenden fokussiert aktivieren sollen (wir sprechen von *Mid-Proof Peer Instruction*). Die Methodik der Peer Instruction im Sinne von Mazur (1997) sieht das Nachdenken über Antwortalternativen zu einer herausfordernden Frage, eine Diskussionsphase sowie Abstimmungen vor (siehe auch Riegler 2019 zum Einsatz von Peer Instruction im Fach Mathematik). Durch den Einsatz dieser Methode inmitten von Beweispräsentationen sollen die Studierenden angeregt werden, den Beweis nicht passiv zur Kenntnis zu nehmen, sondern sich bereits in der Vorlesung aktiv mit ihm auseinanderzusetzen. Eine Herausforderung für Lehrende beim Einsatz von Mid-Proof Peer

Instruction liegt darin, die Methode so einzusetzen, dass die dafür verwendete Unterrichtszeit möglichst ökonomisch genutzt wird. Mit Recht weisen Lehrende (und sogar Studierende) auf den nicht unerheblichen Zeitbedarf der Methode hin. Daher halten wir es für essentiell, dass sie in einer Weise eingesetzt wird, die den größtmöglichen Gewinn verspricht. In Bauer/Skill (2019, 2020) haben wir dafür argumentiert, dass zu diesem Zweck in einem ersten Schritt zunächst eine Beweisanalyse durchgeführt wird. Hierdurch soll zweierlei erreicht werden: 1) Es sollen die argumentativen „Knackpunkte“ des Beweises ermittelt werden, d.h. Stellen, an denen wesentliche Schlüsse gezogen werden. 2) Es sollen Stellen aufgefunden werden, an denen Studierende Fehlvorstellungen haben könnten, die ihnen das Verstehen des Beweises erschweren oder gar unmöglich machen. In einem zweiten Arbeitsschritt soll auf Grundlage der so durchgeführten Analyse ein Aspekt fokussiert werden. Obwohl es prinzipiell möglich ist, einen längeren Beweis auch mehr als einmal durch eine Peer-Instruction-Phase zu unterbrechen, deuten unsere bisherigen Erprobungen darauf hin, dass es in der Regel günstiger ist, sich pro Beweis auf eine einzige Peer-Instruction-Phase zu beschränken und hierfür eine der ermittelten Stellen auszuwählen. Erst im dritten Schritt wird eine Frage konstruiert, zusammen mit drei oder vier Antwortmöglichkeiten, von denen genau eine richtig ist. In die falschen Antwortalternativen (Distraktoren) wird man nach Möglichkeit bekannte Fehlvorstellungen oder Fehlschlüsse aufnehmen, da deren Diskussion besonders ertragreich erscheint. Durch dieses dreischrittige Vorgehen soll erreicht werden, dass nicht vorschnell mit der Formulierung einer Frage begonnen wird, bevor Überlegungen dazu angestellt wurden, an welcher Stelle eine Unterstützung beim Beweisverstehen überhaupt erforderlich ist und worin der zu fokussierende Aspekt genau besteht. In dieser Hinsicht ist die Situation ähnlich gelagert wie bei Diagnostik und bei Fehleranalyse, wo es ebenfalls gilt, vorschnelle Bewertungen und Entscheidungen zu vermeiden (zur Diagnostik vgl. Aufschnaiter et al. 2018, zur Fehleranalyse vgl. Prediger/Wittmann 2009).

Fragestellung

Während für den Einsatz von Peer Instruction für bestimmte Einsatzbereiche geeignete Fragen entwickelt wurden (zum Beispiel in Bauer 2019 für universitäre Vorlesungen zur Analysis I und II), steht für den Einsatz zur Mid-Proof Peer Instruction bislang kaum Material zur Verfügung. Lehrende sind daher darauf angewiesen, solche Fragen ad hoc zu konstruieren, so dass sie zu der von ihnen jeweils geführten Beweisversion passen. Unser Forschungsinteresse ist es, zu verstehen, wie Lehrende bei der Konstruktion solcher Aufgaben vorgehen, wenn ihnen das generelle Ziel (Aktivierung der Studierenden, um sie beim Beweisverstehen zu unterstützen) vorgestellt wurde, und welche Unterschiede sich erkennen lassen, wenn sie mit dem oben dargestellten dreischrittigen Modell vertraut gemacht wurden. Es ist wichtig, hierüber Aufschluss zu erhalten, um entscheiden zu können, ob es lohnend ist, Lehrenden anleitendes Material (in welchem Umfang, von welcher Art) nahezulegen. Konkret sollen daher im Rahmen einer explorativen Studie anhand eines konkreten Beweises, der Lehrenden vorgelegt wird, folgende Fragen untersucht werden:

- (F1) Welche Stellen(n) im Beweis wählen die Lehrenden, und wie begründen sie ihre Entscheidung, bevor sie das Modell kennen?
- (F2) Welche Fragen konstruieren sie, bevor sie das Modell kennen?
- (F3) Ändern die Lehrenden ihre Entscheidung und die konstruierte Frage, wenn sie mit dem Modell vertraut gemacht wurden? Welche Änderungen sind dies ggf. und wie begründen sie sie?

Methodisches Vorgehen

Studienteilnehmer und Durchführung

Es wurden Leitfadeninterviews mit vier Lehrenden an vier Hochschulen durchgeführt, die über Lehrerfahrung im Gebiet Analysis verfügen. Die strukturierten Interviews hatten folgenden Ablauf:

- In einem kurzen Einführungsvideo (2:22 min.) wurde den Teilnehmern das Anliegen des Projekts vorgestellt, eine Unterstützungsmaßnahme zu untersuchen, mit der das Beweisverständnis von Studierenden in Mathematikvorlesungen gefördert werden soll.
- Den Probanden wurde ein mathematischer Satz mit Beweis (siehe Abb. 2) vorgelegt, zusammen mit dem Auftrag: „Wählen Sie eine Stelle im Beweis aus, an der Sie die im Video beschriebene Methoden einsetzen würden. Formulieren Sie für die ausgewählte Stelle eine Frage mit drei bis vier Antworten, von denen genau eine richtig ist. Dafür nehmen Sie sich 10 bis 15 Minuten Zeit.“
- Der Interviewer bat dann um eine Beschreibung, warum die betreffende Stelle ausgewählt wurde und warum die Aufgabe so konstruiert wurde.
- Im nächsten Schritt wurde den Probanden durch ein kurzes Video (2:08 min.) das Modell zur Aufgabenkonstruktion vorgestellt. Es wurde ihnen in der in Abb. 1 gezeigten Form zur Verfügung gestellt. Darin ist der Bezug zur Methode der Peer Instruction durch eine neutrale Formulierung ersetzt, um die Erklärung kürzer halten zu können.
- Danach wurden die Probanden gefragt, was sich in diesem zweiten Durchgang für sie ggf. geändert hat.

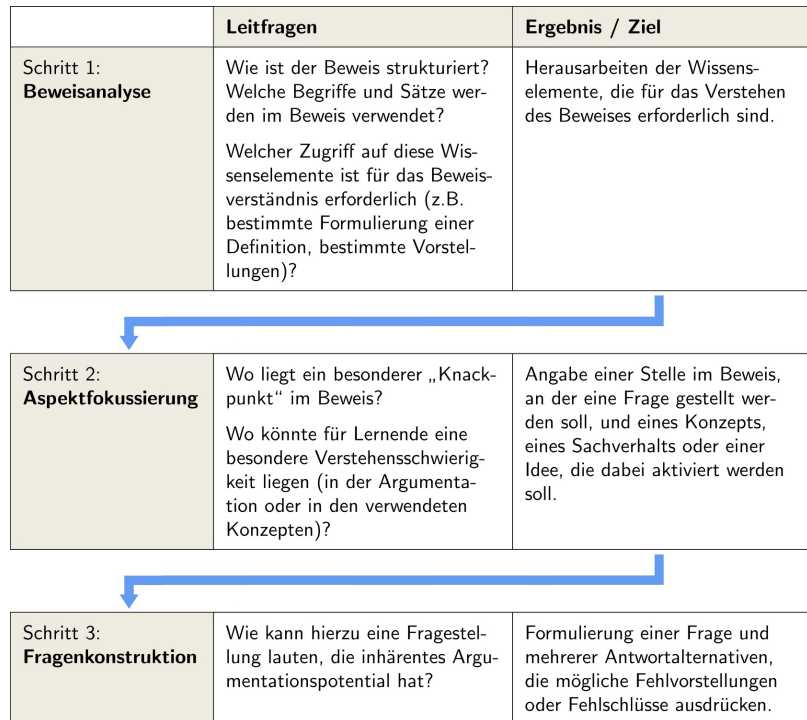


Abbildung 1 Modell zur Aufgabenkonstruktion für Mid-Proof Peer Instruction (nach Bauer/Skill 2019 in leicht angepasster Form)

Material

Für die Interviews wurde als Beispiel ein Satz mit Beweis ausgewählt, der in Form und Inhalt in einer Lehrveranstaltung zur Analysis vorkommen könnte. Allerdings wurde nicht ein Standardinhalt gewählt, bei dem man erwarten kann, dass die Lehrenden im Rahmen ihrer Tätigkeit bereits Überlegungen zur Beweispräsentation angestellt haben, sondern ein Satz zur Ableitung von geraden Funktionen (Abb. 2), der in gängigen Lehrbüchern (wie etwa Forster 2013 oder Heuser 2003) nicht thematisiert wird, sondern üblicherweise eher in Übungsaufgaben behandelt würde. Als vorbereitender Schritt wurde zunächst eine Analyse des Beweises mit Hilfe des Toulmin-Schemas (Toulmin 1958) durchgeführt, um die Argumentationsstruktur herauszuarbeiten. Insbesondere werden in der Analyse die *Garanten* sichtbar, die die einzelnen Schlüsse legitimieren. Das Ergebnis (Abb. 3) zeigt einen linearen Verlauf der Argumentation:

- In Schritt (1) wird die Ableitung auf zwei Weisen beschrieben: durch Annäherung von links und durch Annäherung von rechts (Formel (*) bzw. (**)).
- Schritt (2) führt eine algebraische Umformung an Formel (**) durch, um sie mit Formel (*) in Bezug zu bringen. Hierbei wird die Voraussetzung „gerade“ wesentlich benutzt.
- Aus der in Schritt (2) erhaltenen Gleichung $f'(0) = -f'(0)$ wird dann in Schritt (3) auf die zu beweisende geschlossen.

Eine Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ heißt *gerade*, falls $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$ gilt.

Satz. Sei $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ eine differenzierbare gerade Funktion. Dann gilt $f'(0) = 0$.

Beweis. (1) Da f auf $\mathbb{R}$ differenzierbar ist, stimmen insbesondere die rechts- und linksseitige Ableitung von f an der Stelle 0 überein. Es gilt also

$$f'(0) = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} \quad (*)$$

und

$$f'(0) = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} \quad (**)$$

(2) Da f gerade ist, können wir $(**)$ umformen und erhalten

$$f'(0) = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(-h) - f(0)}{-h} = - \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(h) - f(0)}{h} = -f'(0)$$

(3) In (2) haben wir gezeigt, dass $f'(0) = -f'(0)$ gilt. Daraus folgt $f'(0) = 0$. $\square$

Abbildung 2 Satz und Beweis zur Ableitung gerader Funktionen, der in den Interviews verwendet wurde (eigene Darstellung)

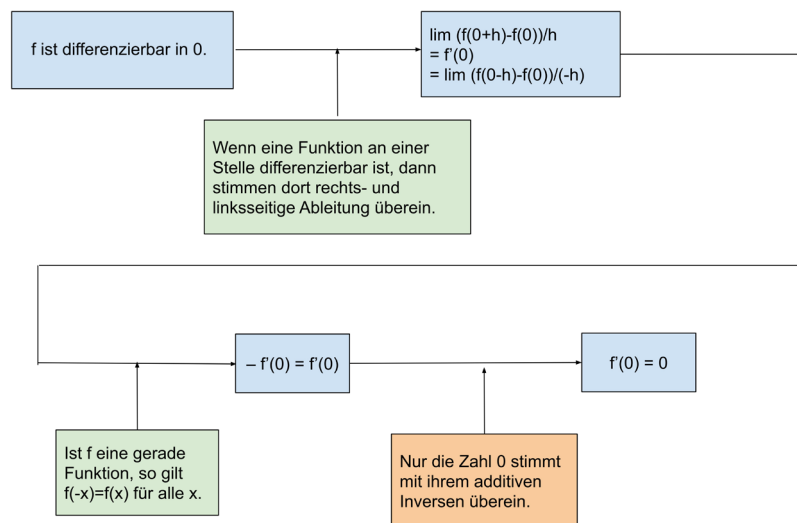


Abbildung 3 Analyse des Beweises im Toulmin-Modell. Die grün gekennzeichneten Garantien treten explizit im Beweistext auf, der orange gekennzeichnete Garant ist implizit (eigene Darstellung).

Der argumentative Kern liegt also darin, die vorausgesetzte Eigenschaft „gerade“ in eine von zwei alternativen Beschreibungen der Ableitung einzubringen, um auf diese Weise eine Gleichung zu erhalten, aus der sich $f'(0) = 0$ schließen lässt. Aus dieser Analyse lassen sich spezifische Anforderungen erkennen, die Verstehensschwierigkeiten für Studierende darstellen könnten und daher durch Mid-Proof Peer Instruction bearbeitet werden könnten:

- **(A1) Zu Grenzwerten** Die Lernenden benötigen das Verständnis, dass Grenzwerte durch Annäherung auf *beliebigem* Wege bestimmt werden können, sobald ihre Existenz garantiert ist. Dies stellt konzeptuelles Wissen zu Grenzwerten dar.
- **(A2) Zu geraden Funktionen** Sie müssen verstehen, wie die Eigenschaft „gerade Funktion“ in der konkreten Situation verwendet wird. In der hier vorliegenden Situation geht das hierfür Benötigte kaum über die definierende algebraische Bedingung hinaus (z.B. werden keine weitergehenden Vorstellungen benötigt).
- **(A3) Zu algebraischen Gleichungen** Sie benötigen *structure sense* (im Sinne von Linchevski/Livneh 1999), um in der Gleichung $f'(0) = -f'(0)$ von der Bedeutung von $f'(0)$ als Ableitung zu abstrahieren und sie stattdessen symbolisch als „ $b = -b$ “ zu lesen und daraus auf $b = 0$ zu schließen. Eine potentielle Schwierigkeit liegt insbesondere darin, hier zwischen der Ableitungsfunktion f' und der Zahl $f'(0)$ zu unterscheiden. Erschwerend kommt hinzu, dass der zu diesem Argument benötigte Garant implizit ist, d.h. nicht im Beweistext formuliert ist (siehe Abb. 3).

Diese Aspekte könnten an verschiedenen Stellen im Beweis mit Peer Instruction bearbeitet werden. Wir unterscheiden im Folgenden jeweils, ob dabei eine *antizipative* Frage eingesetzt wird, die zum Vorausdenken auffordert, oder eine *prinzipienbasierte* Frage, die ein an dieser Stelle verwendetes Konzept oder Vorgehen beleuchtet (siehe hierzu Renkl 1997 sowie Bauer/Skill 2019).

- Zur Bearbeitung von (A1) könnte in Schritt (1) eine antizipative Frage vor (*) oder vor (**) gestellt werden oder eine prinzipienbasierte Frage nach (**).
- Anforderung (A2) tritt in Schritt (2) auf und könnte dort mit einer antizipativen Frage vor der Gleichungskette bearbeitet werden oder mit einer prinzipienbasierten Frage, die sich auf die zweite Gleichheitsaussage bezieht.
- Um (A3) zu bearbeiten, könnte in Schritt (3) eine antizipative Frage vor „Daraus folgt“ eingesetzt werden oder eine prinzipienbasierte Frage nach dieser Folgerung.

Ergebnisse und Diskussion

Als Ergebnis der Interviews liegt jeweils eine Stelle im Beweis vor, an der die Lehrperson eine Peer-Instruction-Frage vorschlägt, sowie die konstruierte Frage mit Antwortalternativen. Tabelle 1 zeigt diese Daten für die Lehrenden L1–L4, zusammen mit den von ihnen gegebenen Erläuterungen.

	Gewählte Stelle und Erläuterung	Konstruierte Frage	Ggf. Änderungen nach Vorstellung des Modells
L1	Stelle: In Beweisschritt (2) vor der zweiten Identität. Begründung für die Wahl der Stelle: In Schritt (1) und (3) werden keine wesentlichen Schwierigkeiten erwartet. Erläuterung zur Konstruktion der Frage: Die Frage führt auf die Herkunft der Identität hin.	Welchen Schluss können wir aus (**) ziehen unter Verwendung davon, dass f gerade ist? $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} = -\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0+h) - f(0)}{h}$ $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} = \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} - 1$ $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} = 1 - \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h}$ $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} = 1 + \lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h}$	Keine Änderung in Bezug auf die gewählte Stelle, da diese der Knackpunkt des Beweises sei. Antwortmöglichkeiten evtl. überarbeiten, um naheliegende Fehlschlüsse einzubeziehen.
L2	Stelle: In Beweisschritt (2), nach der zweiten Identität. Begründung für die Wahl der Stelle: Die Eigenschaft <i>gerade</i> wird an diesem „springenden Punkt“ in Verbindung gebracht mit der Berechnung der Ableitung. Erläuterung zur Konstruktion der Frage: Soll Verständnis fördern, wie die Eigenschaft „gerade“ eingeht.	Wie kommt diese Gleichung zustande? - Diese Umformung gilt generell für Differentialquotienten. - Es wird <u>nur</u> die Aussage $\frac{1}{-h} = -\frac{1}{h}$ benötigt. - An dieser Stelle wird <u>nur</u> die Aussage $f(-h) = f(h)$ benötigt. - An dieser Stelle werden die <u>beiden</u> Aussagen $f(-h) = f(h)$ und $\frac{1}{-h} = -\frac{1}{h}$ benötigt.	Evtl. Fokus auf das Konzept „Differenzierbarkeit“ richten durch die Frage: „Wieso setzt man einseitige Differentialquotienten gleich?“ [prinzipienbasiert – Erklärung der Vorgehensweise]
L3	Stelle 1: Vor Beweisschritt (2) Stelle 2: Vor Beweisschritt (3) Begründung für die Wahl der Stellen: Orientierung an der Gliederung des Beweises in drei Schritten. Erläuterung zu Frage 1: Im linksseitigen Grenzwert die Eigenschaft <i>gerade</i> ins Spiel bringen. Erläuterung zu Frage 2: Die Frage sei „einfacher“, aber der eigentliche Kern.	Stelle 1: Was folgt aus der Tatsache, dass f gerade ist, für den linksseitigen Grenzwert an der Stelle 0? $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} = f'(0)$ $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} = -f'(0)$ $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(0-h) - f(0)}{-h} = f'(h)$ Stelle 2: Kann an einer beliebigen Stelle des Definitionsbereichs die Steigung identisch zur „negativen Steigung“ sein? - Ja, immer. - Nein. - Ja, nur für die Steigung 0.	Keine Änderung. L3 gibt an, dass er/sie sich bei der Wahl der Stellen an der Beweisstruktur (drei Schritte) orientiert habe. Intuitiv und durch das erste Video informiert sei er/sie bereits so vorgegangen, wie es das Modell nahelegt.

	Gewählte Stelle und Erläuterung	Konstruierte Frage	Ggf. Änderungen nach Vorstellung des Modells
L4	Stelle: Vor Beweisschritt (1) Begründung für die Wahl der Stelle: Dies sei die konzeptionell wichtigste Stelle – Gleichheit von links- und rechtsseitiger Ableitung (beliebige Folgen sind in Betracht zu ziehen). Beweisschritt (2) wird weniger in Betracht gezogen, da weniger fundamental, Beweisschritt (3) als „im Wesentlichen klar“.	Was bedeutet es, dass f in $x_0 \in \mathbb{R}$ differenzierbar ist? A) Einer der Grenzwerte $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ oder $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h < 0}} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ existiert. B) Beide Grenzwerte existieren und sind gleich, nicht jedoch „alternierende“ Grenzwerte. C) Für <u>jede</u> Folge $0 \neq h_n \rightarrow 0$ existiert der Grenzwert $\lim_{\substack{h \rightarrow 0 \\ h > 0}} \frac{f(x_0 + h_n) - f(x_0)}{h_n}$ und die Grenzwerte sind gleich.	Keine Änderung. Die eigenen Überlegungen seien bereits ähnlich zu dem im Modell beschriebenen Verfahren verlaufen (mit Durchführung einer Beweisanalyse).

Tabelle 1 Ergebnisse der Befragung der Lehrenden L1–L4

Zu (F1) und (F2)

Alle Befragten haben im Interview eine Stelle fokussiert, die sie für Peer Instruction vorschlugen, und sie haben eine Frage mit Antwortalternativen formuliert. Sowohl antizipative als auch prinzipienbasierte Fragen wurden konstruiert:

- L1: antizipativ – selbst einen Schluss ziehen
- L2: prinzipienbasiert – eine Umformung rechtfertigen
- L3, Stelle 1: antizipativ – selbst einen Schluss ziehen
- L3, Stelle 2: prinzipienbasiert – ein Argument vorbereiten
- L4: prinzipienbasiert – einen relevanten Begriff beleuchten

Die von den Lehrenden ausgewählten Stellen lassen sich den von uns herausgearbeiteten Anforderungen in folgender Weise zuordnen:

- L1 fokussiert (A2), schließt (A3) als zu einfach aus.
- L2 fokussiert (A2).
- L3 fokussiert (A2) und, als „einfacher“ bezeichnet, auch (A3)
- L4 fokussiert (A1), schließt (A3) als „klar“ aus.

In allen Fällen handelt es sich um Stellen, die einen der in unserer Vorab-Analyse herausgearbeiteten Aspekte betreffen, sowie um zugehörige adäquate prinzipienbasierte oder antizipative Fragen. Die Vielfalt an vorgeschlagenen Möglichkeiten steht im Einklang mit dem Ergebnis unserer Beweisanalyse, die zeigt, dass bereits dieser kurze Beweis mehrere Stellen aufweist, an denen Unterstützung sinnvoll sein kann.

Es lässt sich daher sagen, dass die Methode der Mid-Proof Peer Instruction sich insofern als praktikabel erweist, als die Lehrenden nach einer kurzen Einführung die hierfür erforderlichen Vorarbeiten (Beweisanalyse und Fragenkonstruktion) in der vorgesehenen Weise durchführen konnten. Die Methode wurde sowohl methodisch richtig aufgefasst als auch an didaktisch adäquaten Stellen geplant. Bemerkenswert ist, dass Aspekt (A3) nur von L3 fokussiert wurde (und auch dort nur als zweitrangige Möglichkeit), während L1 und L4 diese Stelle explizit ausgeschlossen haben. Dies spricht dafür, dass die Lehrenden hier keine relevante Anforderung sehen, bei der eine Unterstützungsmaßnahme lohnend wäre. In interessantem Kontrast dazu steht die in Bauer/Skill (2020) berichtete Erprobung einer genau auf diese Stelle des Beweises bezogenen Frage: Nur etwa ein Drittel der Studierenden wählte die richtige Antwort (in beiden Abstimmungen). Es scheint, dass Studierende hier Schwierigkeiten haben, die von Lehrenden nicht unbedingt so erwartet werden.

Zu (F3)

Das Ergebnis zeigt, dass zwei der Befragten (L3 und L4) nach der Vorstellung des Modells keine Änderungen hinsichtlich der gewählten Stelle und der konstruierten Frage vornehmen würden. Sie fühlen sich durch das Einführungsvideo bereits gut instruiert bzw. haben die aus ihrer Sicht relevanten Überlegungen bereits angestellt. Hierbei weist Person L3 darauf hin, dass sie die durch den Beweistext vorgegebene dreischrittige Struktur als Orientierung für die Wahl möglicher Stellen nutzte. Die zwei anderen Befragten ziehen dagegen Änderungen in Betracht, wobei L1 sich auf eine Überarbeitung der Antwortmöglichkeiten beschränken würde, während L2 auch die gewählte Stelle (und mithin auch die konstruierte Frage) überdenkt. L2 wechselt hierbei von der Betrachtung einer einzelnen Gleichung zu einer Frage, die das Vorgehen im Beweis ganzheitlicher in den Blick nimmt.

Die Vorstellung des Modells (Video 2) führte also bei einem Teil der Befragten zu weitergehenden Überlegungen, während ein anderer Teil sich bereits nach Video 1 (und durch die vorgegebene Beweisstrukturierung) ausreichend orientiert fühlte. Der Perspektivwechsel hin zum Ganzheitlichen, der bei L2 sichtbar wird, ließe sich gut mit einer vertieften Befassung mit dem Beweis und seinen Anforderungen erklären.

Fazit

Zusammenfassung der Ergebnisse

Die befragten Lehrenden haben die mit der Konstruktion einer Frage verbundenen Herausforderungen in effektiver Weise bewältigt. Dies gelingt ihnen schon nach einer kurzen Einführung (Video 1), die das allgemeine Ziel von Mid-Proof Peer Instruction erläutert, noch bevor sie mit dem Modell zur Aufgabenkonstruktion (Video 2) vertraut gemacht wurden. Dieses Ergebnis ist insofern ermutigend, als es – jedenfalls bei den von uns Befragten – bestätigt, dass die Idee der Mid-Proof auf einfache Weise vermittelbar und von Experten gut umsetzbar ist.

Daneben geben die Ergebnisse noch weitere Hinweise: Die befragten Lehrenden haben Verstehensschwierigkeiten bei (A3), die sich empirisch belegen lassen, nicht erwartet und demzufolge weniger adressiert. Eine mögliche Deutung dieses Befunds lässt sich mit Bezug auf die Art der gewählten Beweisstellen formulieren: Die Stellen, die die Lehrenden in unserer Studie fokussiert haben, lassen sich als *argumentative Knackpunkte* bezeichnen. Wir verstehen darunter Stellen im Beweis, an denen zentrale Beweisideen zum Tragen kommen oder Stellen, an denen Voraussetzungen wesentlich genutzt werden. Der von den Lehrenden kaum betrachtete Aspekt (A3) ist dagegen weniger ein argumentativer Knackpunkt als eine spezifische, empirisch belegbare *Verstehensschwierigkeit*. Während das Modell beide Arten von Stellen zur Aspektfokussierung empfiehlt, mag es sein, dass Lehrende ihr Augenmerk stärker auf die (auf den aktuell behandelten mathematischen Inhalt bezogenen) Knackpunkte der Argumentation richten als auf (unter Berücksichtigung von Lernendenkognitionen zu ermittelnde) mögliche Verstehensschwierigkeiten.

Grenzen und praktische Implikationen

Das Design unserer Studie bringt offensichtliche Limitationen mit sich: Da nur wenige Lehrende befragt wurden, sind verallgemeinernde Aussagen selbstverständlich nicht angebracht. Zudem ist zu vermuten, dass die Interviewsituation ein vertieftes Nachdenken über den vorgelegten Beweis nicht ermöglicht hat – die konstruierten Fragen könnten sich daher von denen unterscheiden, die die Lehrenden in ihrer Arbeit für eine eigene Vorlesung vorbereitet hätten.

Angesichts dieser Limitationen ist Zurückhaltung beim Formulieren praktischer Implikationen angebracht. Zwei Aspekte lassen sich dennoch auf Grundlage der vorliegenden Studie nennen: Zum einen scheint die Methode der Mid-Proof Peer Instruction für Lehrende, die Experten im jeweiligen Lerngegenstand sind, gut handhabbar zu sein – bereits nach einer kurzen Einführung konstruieren sie didaktisch passende Fragen. Zum anderen geben die Ergebnisse Hinweise darauf, dass es sich lohnen würde, das Modell weiterzuentwickeln, um die Lehrenden noch mehr dazu anzuleiten, das Unterstützungspotential von Mid-Proof Peer Instruction nicht nur in Bezug auf argumentative Knackpunkte, sondern gezielter auch in Bezug auf das Bearbeiten von möglichen Verständnisschwierigkeiten auszuschöpfen. Insofern legt die vorliegende Studie

eine Überarbeitung des Modells nahe, in der noch deutlicher wird, dass die Beweisanalyse zwei Zwecken dienen sollte:

1. Die Beweisanalyse soll einerseits dazu dienen, die *argumentativen Knackpunkte* des Beweises zu finden. Hierfür wird der Blick darauf gerichtet, welche Rolle die einzelnen Argumente für den Gang des Beweises spielen. Beispiele für solche Knackpunkte sind Stellen, an denen zentrale Beweisideen zur Wirkung kommen, wie auch Stellen, an denen Voraussetzungen wesentlich eingehen.
2. Die Analyse soll gleichermaßen dazu dienen, *mögliche Verstehensschwierigkeiten* für Studierende zu finden. Hierfür werden die Argumente nicht nur in ihrer Rolle für den Gang des Beweises betrachtet, sondern der Blick richtet sich auch auf das Verhältnis zwischen dem Beweis und den Studierenden als Adressaten der Beweispräsentation. Es spielt dann beispielsweise eine Rolle, in welchen Verwendungen die Studierenden die benötigten Inhalte bislang erfahren haben und in welchem Maße sie aktuell voraussichtlich darauf zugreifen können.

In einer überarbeiteten Version sollte das Modell daher die zweite Funktion deutlicher herausarbeiten und auch verdeutlichen, welche Überlegungen aus diesem Blickwinkel wichtig sind. Wie die Ergebnisse aus Bauer/Skill (2020) zeigen, kann Mid-Proof Peer Instruction den Lehrenden hierzu diagnostische Möglichkeiten bieten, die sie über ihre bisherige Lehrerfahrung hinaus nutzen können.

Literatur

- [1] **Aufschnaiter, C. von; Münster, C.; Beretz, A. K. (2018):** Zielgerichtet und differenziert diagnostizieren. Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, 71(6), S. 382–386.
- [2] **Bauer, Th. (2019):** Verständnisaufgaben zur Analysis 1 und 2 – für Lerngruppen, Selbststudium und Peer Instruction. Berlin.
- [3] **Bauer, Th; Skill, Th. (2019):** Einsatz von Peer Instruction zur Förderung des Beweisverständnisses in mathematischen Vorlesungen. In: A. Meissner, C. Walter, B. Zinger, J. Haubner (Hrsg.): 4. MINT-Symposium zur Hochschullehre in den MINT-Fächern. Nürnberg, S. 38–49.
- [4] **Bauer, Th.; Skill, Th. (2020):** Mid-Proof Peer Instruction: Zum diagnostischen Potential von Votingfragen inmitten von Beweisen. Preprint.
- [5] **Forster, O. (2013):** Analysis 1. Wiesbaden.

- [6] **Hanna, G.; Barbeau, E. (2008):** Proofs as bearers of mathematical knowledge. *ZDM Mathematics Education* 40, S. 345–353.
- [7] **Heuser, H. (2003):** Lehrbuch der Analysis, Teil 1. Wiesbaden.
- [8] **Leuders, T.; Holzäpfel, L. (2011):** Kognitive Aktivierung im Mathematikunterricht. *Unterrichtswissenschaft*, 39(3), S. 213–230.
- [9] **Linchevski, L.; Livneh, D. (1999):** Structure sense: the relationship between algebraic and numerical contexts. *Educational Studies in Mathematics*, 40(2), S. 173–196.
- [10] **Mazur, E. (1997):** Peer Instruction: Getting students to think in class. In: E.F. Redish; J.S. Rigden (eds.): *The Changing Role of Physics Departments in Modern Universities*. AIP Conference Proceedings 399, S. 981–988.
- [11] **Moore, R. C. (1994):** Making the transition to formal proof. *Educational Studies in Mathematics*, 27(3), S. 249–266.
- [12] **Prediger, S.; Wittmann, G. (2009):** Aus Fehlern lernen – (wie) ist das möglich? *Praxis der Mathematik in der Schule*, 51(3), S. 1–8.
- [13] **Renkl, A. (1997):** Learning from worked-out examples: A study on individual differences. *Cognitive Science*, 21(1), S. 1–29.
- [14] **Riegler, P. (2019):** Peer Instruction in der Mathematik. Berlin.
- [15] **Selden, A. (2012):** Transitions and proof and proving at tertiary level. In: Hanna, G.; de Villiers, M. (Hrsg.): *Proof and proving in mathematics education: The 19th ICMI study*. Heidelberg, S. 391–422.
- [16] **Toulmin, S. (1958):** *The Uses of Argument*. Cambridge.

Autoren

Prof. Dr. **Thomas Bauer** lehrt Mathematik und ihre Didaktik an der Philipps-Universität Marburg – tbauer@mathematik.uni-marburg.de , ORCID: 0000-0002-2426-0259
| Foto: privat

Prof. Dr. **Thomas Skill** lehrt Mathematik an der Hochschule Bochum – thomas.skill@hs-bochum.de , ORCID: 0000-0002-5512-2414
| Foto: privat



MARTIN POHL

Einsatz des Calculus Concept Inventory zur Messung des Lernfortschritts in Mathematik-Lehr- veranstaltungen

- Einsatz verschiedener Lehrmethoden in meinen Mathematik-Lehrveranstaltungen
- Erfahrungen mit Just in Time Teaching und Peer Instruction in Mathematik-Veranstaltungen
- Einsatz des Calculus Concept Inventory zur Messung des Lernfortschritts der Studierenden
- Vergleich des Lernfortschritts für verschiedene Lehrmethoden

Lohnen sich innovative Lehrmethoden?

Vor gut fünf Jahren habe ich in meinen Mathematik-Lehrveranstaltungen erstmals mit den Methoden Just in Time Teaching (JiTT) und Peer Instruction (PI) gearbeitet. Die Veranstaltungen fühlten sich sehr lebendig und abwechslungsreich an, und ich erlebte eine Aktivität der Studierenden, die ich in diesem Umfang bislang nicht kannte. Seit dieser Erfahrung setze ich die Methoden JiTT und PI in meiner Lehre ein. Dies verlangt von mir einen höheren Vorbereitungsaufwand, da sich die Präsenzstunden an den Fragen der Studierenden orientieren. Für diesen Aufwand werde ich mit mehr Freude und Lebendigkeit in meinen Lehrveranstaltungen belohnt. Gleichzeitig stellt sich die Frage, ob und wie viel die Studierenden davon profitieren, also wie hoch die Rendite meines Zeitaufwandes aus Sicht der Studierenden und deren Lernerfolg ist. In diesem Beitrag beschreibe ich, wie ich diese Frage mit Hilfe des Calculus Concept Inventory (CCI) untersucht habe.

Im ersten Teil gebe ich einen kurzen Überblick über die Entwicklung meiner Lehre in den letzten 25 Jahren. Danach diskutiere ich, welche Aspekte des Lernerfolgs der Studierenden für mich wichtig sind und welche Anforderungen an ein Messinstrument daraus folgen. Für eine konkrete Untersuchung konnte ich das CCI als Werkzeug nutzen, dessen Einsatz ich kurz schildere. Abschließend gebe ich einen Überblick über die wichtigsten Ergebnisse meiner Untersuchung und einen Ausblick auf weitere Fragestellungen.

Eine kurze Geschichte meiner Lehre

Die Lehrveranstaltungen in meinem Mathematikstudium liefen in der damals üblichen Art und Weise ab. Die Lehrpersonen entwickelten den Aufbau der Theorie in 90-minütigen Tafelvorträgen, die wir als Studierende nacharbeiten und verinnerlichen mussten. Als ich an der OTH Regensburg selbst Lehrveranstaltungen zur Mathematik hielt, übernahm ich im Wesentlichen die mir aus meinem Studium bekannte und geläufige Lehrmethode. Ich arbeitete 90 Minuten lang an der Tafel und entwickelte den Stoff zusammen mit den Studierenden. Im Vordergrund standen für mich gut verständliche und elegante Erklärungen der

mathematischen Zusammenhänge. Ich muss zugeben, dass mir ein gut vorbereiteter Tafelvortrag, bei dem die Studierenden gebannt zuhören, viel Freude bereitet. Ein Aspekt war mir damals nicht bewusst: Je besser ich die Zusammenhänge in der Lehrveranstaltung erklärte, umso einfacher empfanden die Studierenden die Mathematik. Sie sahen kaum die Notwendigkeit, die Inhalte und Methoden selbst zu trainieren und damit zu erlernen. Kurz gesagt: Je besser die Erklärungen der Lehrperson sind, umso weniger Nacharbeit investieren die Studierenden.

Die Konsequenz ist vielen Lehrpersonen bekannt. Obwohl die Studierenden in der Lehrveranstaltung begeistert dabei sind, nur wenige Fragen haben und sagen, sie hätten alles verstanden, fällt am Ende des Semesters die Prüfung ernüchternd aus – sowohl für uns Lehrpersonen, die so viel Mühe investiert haben, als auch für die Studierenden, denen in der Lehrveranstaltung alles so einfach vorkam.

In einem Gespräch mit einem Kollegen entstand vor einigen Jahren eine hands-on Aktivität zur stärkeren Förderung der Eigenarbeit der Studierenden innerhalb der Lehrveranstaltung: Die Studierenden bearbeiteten in Kleingruppen vertiefende Beispiele direkt in der Lehrveranstaltung. Bei dieser Aktivierungsmaßnahme lässt sich folgender Effekt beobachten: Die Studierenden spüren direkt in der Lehrveranstaltung, dass die Beispiele schwieriger sind, als sie beim Tafelvortrag erscheinen. Damit wird ihnen klar, dass das Erlernen von Mathematik mühsam ist und nur durch eigene Beschäftigung mit den Inhalten und Methoden möglich ist.

Vom Bayerischen Zentrum für Hochschuldidaktik bekam ich die Gelegenheit, im Rahmen eines begleiteten Projekts die Methoden JiTT und PI auszuprobieren. Die hierbei gewonnenen Erfahrungen überzeugten mich, mit diesen Methoden weiterzuarbeiten. Inzwischen setze ich diese Methoden bei allen meinen Lehrveranstaltungen in unterschiedlicher Intensität ein. Ein Schwerpunkt meiner Lehrtätigkeit sind die Analysis-Lehrveranstaltungen im Studiengang Mathematik und in den Informatik-Studiengängen an der OTH Regensburg.

Meine Erfahrungen mit JiTT und PI

Der Ablauf von JiTT und PI ist in Simkins/Maier (2010), Novak et al. (1999) und Riegler (2019) ausführlich beschrieben. Mit der Methode JiTT werden Teile der Inhalts- und Wissensvermittlung aus der Präsenzveranstaltung ausgelagert. Die damit gewonnene Zeit kann man unter anderem für PI-Sequenzen und hands-on Aktivitäten nutzen. Als Anreiz zur Teilnahme an den JiTT-Quizzes vor der Lehrveranstaltung erhalten die Studierenden Bonuspunkte. Die Rückmeldungen der Studierenden in diesen Quizzes sind für die Gestaltung meiner Lehre sehr hilfreich.

Die Studierenden beschreiben Probleme, mit denen ich oft nicht gerechnet habe. Die Kenntnis der Schwierigkeiten der Studierenden erlaubt es mir, die Präsenzveranstaltung an die Bedürfnisse und Wünsche der jeweiligen Studiengruppe anzupassen. Es entsteht ein Vorbereitungsaufwand direkt vor der Lehrveranstaltung, der im Wesentlichen darin besteht, die passgenauen Details aus dem verfügbaren Lehrmaterial auszuwählen.

Bei den PI-Sequenzen beobachte ich, dass ausnahmslos alle Student:innen sich aktiv beteiligen. Dies ist für mich, im Gegensatz zu den früheren Tafelvorträgen, eine neue Erfahrung.

Die PI-Fragen finde ich z.B. in Büchern (Bauer 2019, Pilzer et al. 2003) oder im Internet (siehe Links in den Literaturangaben). Für die Peer Discussion sind vor allem konzeptionelle Fragen geeignet. Es gibt Fragen, die alle Studierende bei der ersten Abstimmung richtig beantworten. Solche Fragen ermöglichen keine sinnvolle Peer Discussion, sie geben den Studierenden aber eine positive Rückmeldung zu deren Lernfortschritt.

Die Antworten auf die PI-Fragen können mir zeigen, dass die in der Lehrveranstaltung verwendeten anschaulichen Beispiele zu falschen Vorstellungen führen können. Der Begriff des Riemann-Integrals beispielsweise wird oft über die Messung von Flächeninhalten motiviert. Damit ist für viele Studierende das bestimmte Integral ein Flächeninhalt. Mit der Vorbereitung des Integralbegriffs durch weitere anschauliche Beispiele verstehen die Studierenden das Integral als eine Zahl, die in verschiedenen Anwendungsgebieten unterschiedliche Bedeutungen haben kann¹. So hilft PI einerseits den Studierenden, mathematische Fehlkonzepte zu entdecken und zu korrigieren. Andererseits hilft mir die Methode, meine Lehrveranstaltung zu verbessern und die Bildung von Fehlkonzepten zu vermeiden.

Zusammenfassend habe ich mit den Methoden JiTT und PI die Studierendenorientierung, also den vielgenannten „shift from teaching to learning“, deutlich gespürt. Allein diese Erfahrung ist für mich ein wertvoller Gewinn, wodurch ich auch nach vielen Jahren sehr viel Freude an meinen Lehrveranstaltungen verspüre.

Kritische Kolleg:innen wenden immer wieder ein, dass die hands-on Aktivität und PI viel Vorlesungszeit kosten und daher der geplante bzw. vorgesehene Stoff nicht zu schaffen ist. Dieser Einwand ist so nicht richtig. Durch die Auslagerung der Aneignung von Lehrinhalten auf das Eigenstudium beim Einsatz von JiTT gewinne ich die Zeit für die studentischen Aktivitäten in der Präsenzveranstaltung. Ein zusätzlicher Vorteil der aktivierenden Lehrmethoden besteht darin, dass sich die Studierenden während des ganzen Semesters mit den Inhalten beschäftigen.

Lehrveranstaltungen mit den Methoden JiTT und PI erfordern von mir einen höheren Vorbereitungsaufwand als traditionelle Mathematik-Lehre, machen mir aber sehr viel Spaß und geben mir das Gefühl der Studierendenorientierung. Es stellt sich die grundsätzliche Frage: Lohnt sich

¹ In diesem Zusammenhang möchte ich auf den sehr lesenswerten Artikel von Jones (2015) verweisen.

dieser von mir investierte Aufwand aus Sicht der Studierenden, d.h. verbessern diese Lehrmethoden den Lernerfolg der Studierenden? Mit Hilfe des CCI (Epstein 2007 und 2013) versuche ich, diese Frage zu beantworten. Das CCI ist ein Werkzeug zur Messung des konzeptionellen Lernfortschritts der Studierenden. Zur Beurteilung der Sinnhaftigkeit dieses Vorgehens halte ich es für notwendig, zunächst über folgende Fragestellungen nachzudenken: Was sind die zentralen Lernziele einer Mathematik-Veranstaltung in den verschiedenen Studiengängen? Was ist unter dem Lernerfolg der Studierenden zu verstehen?

Lernziele einer Mathematik-Veranstaltung

Die Absolvent:innen haben nach dem Abschluss des Studiums ein Berufsleben von etwa 40 Jahren vor sich. Wenn man sich vor Augen führt, was in den vergangenen 40 Jahren entstanden ist, so ist zu erwarten, dass sich auch in den kommenden 40 Jahren vieles verändern wird. Dies sollte bei der Festlegung der Lernziele von Mathematik-Veranstaltungen berücksichtigt werden. Ich habe hier vor allem Veranstaltungen in den Studiengängen der Mathematik und der Informatik im Blick, die ich selbst anbiete. Für andere Studiengänge können ähnliche Gedanken gelten, aber auch abweichende Ziele sind denkbar.

Aus meiner Sicht ist das Erlernen grundlegender Konzepte der Mathematik und deren Zusammenhänge sehr wichtig. Dadurch werden das exakte Arbeiten und eine strukturierte logische Vorgehensweise trainiert. Die Modellierung und Beschreibung von Anwendungsproblemen in der Sprache der Mathematik ist eine wichtige Grundlage zur Bearbeitung dieser Probleme. Auch dies sollte von den Studierenden eingeübt werden. Diese Kompetenzen ermöglichen es, die von Computern ermittelten Ergebnisse zu verstehen und zu interpretieren. Für die Bewertung des Lernfortschritts der Studierenden verwende ich Werkzeuge, die das Verständnis dieser mathematischen Grundkonzepte im Bereich der Analysis messen.

Werkzeuge zur Messung des Lernfortschritts

Concept Inventories

Die Untersuchung des Lernfortschritts der Studierenden kann nur mit einem geeigneten Werkzeug gelingen. Eine zunächst naheliegende Idee ist die Untersuchung der Prüfungsergebnisse, welche die Studierenden beim Einsatz der unterschiedlichen Lehrmethoden erzielt haben. Dieses Vorgehen ist aus zwei Gründen nicht sinnvoll. Einerseits hängen die Ergebnisse der Prüfungen im ersten Studienjahr stark von den Vorkenntnissen der Studierenden aus deren Schulzeit ab. Zum anderen habe ich im Zuge der Umstellung meiner Lehrveranstaltungen auf aktivierende Lehrmethoden die Art der Prüfungsaufgaben geändert. Daher sind die über eine längere Zeit erzielten Prüfungsergebnisse nicht vergleichbar.

Für die Untersuchung des Lernfortschritts benötige ich ein Verfahren, das einerseits die Vorkenntnisse der Studierenden berücksichtigt und andererseits unabhängig von meinem individuellen Lehrstil ist. Von Kolleg:innen der Physik war mir das Force Concept Inventory (FCI) von Hestenes et al. (1992) bekannt, mit dem das Verständnis physikalischer Grundkonzepte untersucht wird. Das Prinzip der Concept Inventories erschien mir für die geplante Untersuchung des Lernfortschritts gut geeignet zu sein.

Ich fand zwei passende Testwerkzeuge aus dem Bereich der Analysis. Das eine Werkzeug ist das Precalculus Concept Assessment (PCA), entwickelt von Marilyn Carlson et al. (2010), und das andere ist das Calculus Concept Inventory (CCI), entwickelt von Jerome Epstein (2013). Die Aufgaben des PCA übersetzte ich ins Deutsche, die Aufgaben des CCI überließ mir Peter Riegler in deutscher Übersetzung. M. Carlson et al. (2010) und J. Epstein (2007) beschreiben, wie diese Testwerkzeuge entwickelt wurden. Die Entwicklung eines solchen Analysewerkzeugs dauert mehrere Jahre und erfordert einen hohen Personalaufwand. Beides wollte und konnte ich für meine Studie nicht investieren. Daher erschien es mir trotz punktueller Kritik am CCI (Gleason et al. (2015)) vernünftig, die vorhandenen Werkzeuge zu nutzen.

Einsatz von Concept Inventories

Concept Inventories sind Multiple-Choice Tests, die immer auf dieselbe Art verwendet werden: Zu Beginn und am Ende des Semesters wird derselbe Test durchgeführt. Ich nenne den Testdurchlauf zu Semesterbeginn den Pre-Test und den Testdurchlauf am Ende des Semesters den Post-Test. Die Studierenden tragen die Antworten zu den Fragen entweder direkt in das Aufgabenheft oder in automatisch auswertbare Antwortbögen ein. Im CCI ist ursprünglich vorgesehen, die Antworten direkt bei den Aufgaben zu notieren. Aufgrund der Gestaltung der Aufgaben ist klar, dass jeweils nur eine der Antwortmöglichkeiten richtig ist. Beim Eintrag der Antworten in automatisch lesbare Bögen können die Studierenden auch mehrere Antwortmöglichkeiten als richtig markieren. Eine

Frage mit mehreren Antworten habe ich als nicht beantwortet betrachtet.

Damit die Antworten der einzelnen Studierenden auf den Pre-Test und den Post-Test einander zugeordnet werden können, enthalten die anonymen Antwortbögen einen Identifikationscode, wie von Direnga et al. (2016) beschrieben. Zur Ermittlung des Lernzuwachses wird für jeden Studierenden die Anzahl n_v der richtigen Antworten im Pre-Test und die Anzahl n_n der richtigen Antworten im Post-Test ermittelt. Als Maß für den Lernzuwachs dient der gain $g = \frac{n_n - n_v}{n_A - n_v}$, wobei n_A die Anzahl der Testaufgaben ist. Der gain, der von R. Häke (1998) erstmals verwendet wurde, misst den relativen Lernzuwachs, bezogen auf die nach dem ersten Testdurchlauf maximal mögliche Verbesserung. Durch diese relative Auswertung werden die Vorkenntnisse der Studierenden mitberücksichtigt.

Bei der Auswertung der Ergebnisse der Concept Inventories möchte man einen Zusammenhang zwischen dem gain und verschiedenen Einflussgrößen untersuchen. Diese sind z.B. der vor dem Studium von den Studierenden besuchte Schultyp oder die in der Lehrveranstaltung eingesetzte Lehrmethode. Um dies zu ermöglichen, werden beim Pre-Test einige Fragen zur Vorbildung der Studierenden gestellt. Darüber hinaus machen die Dozent:innen möglichst genaue Angaben zu den in der Lehrveranstaltung eingesetzten Lehrmethoden.

Anforderungen an die Fragen von Concept Inventories

Aus dem eben beschriebenen Einsatz der Concept Inventories ergeben sich einige Anforderungen an die Testaufgaben. Auch wenn ich vorhandene Testwerkzeuge nutze, hilft mir die Diskussion über diese Anforderungen, die erhaltenen Ergebnisse besser einzuordnen. Die Fragen der Concept Inventories dürfen weder zu leicht noch zu schwierig sein, um eine zuverlässige Aussage zum Lernzuwachs zu ermöglichen. Bei zu einfachen Aufgaben ist damit zu rechnen, dass die Anzahl der richtig gelösten Aufgaben n_v beim Pre-Test im Mittel sehr hoch ist. Damit wird der Nenner des gain klein und es muss mit stark schwankenden Ergebnissen ohne große Aussagekraft gerechnet werden. Bei zu schwierigen Aufgaben sind die Ergebnisse kaum von rein zufällig erzielten Ergebnissen zu unterscheiden und lassen daher keine Schlüsse auf den Lernzuwachs zu. In seinem Bericht über die Entwicklung des CCI beschreibt Epstein (2007), dass die Fragen im Laufe der Entwicklung des CCI vereinfacht wurden, da die Ergebnisse beim Einsatz der ersten Pilotversion in der Größenordnung des Zufallsniveaus lagen.

Der Gegenstand der Fragen des CCI sind grundlegende Konzepte der Analysis, die von Studienanfänger:innen mit den Vorkenntnissen aus der Schule beantwortet werden sollen. Zu diesem Punkt gibt es von Gleason et al. (2015) Kritik am CCI, vor allem bezüglich der Verwendung von Fachbegriffen, die aus der Schule möglicherweise nicht bekannt sind. Alle Studierenden, die eine Hochschulzugangsberechtigung (HZB) an einer beruflichen Schule (FOS/BOS) oder einem Gymnasium erworben haben, kennen die verwendeten Begriffe aus der Schule. Daher ist dieser Kritikpunkt für meine Studie nicht relevant.

Ich habe die Aufgaben des CCI und des PCA für meine Lernfortschrittstudie in zwei Testversionen verwendet. Für den Studiengang Mathematik verwendete ich den CCI ohne Veränderung. Für den Einsatz in den Informatik-Studiengängen ersetzte ich eine Aufgabe des CCI durch eine Aufgabe aus dem PCA. Außerdem fügte ich zwei weitere Aufgaben aus dem PCA hinzu. Diesen modifizierten Test nenne ich PCCI.

Die Verwendung des CCI in Mathematik-Lehrveranstaltungen an Hochschulen für angewandte Wissenschaften (HAWs) wirft noch weitere Fragen auf, da der CCI für amerikanische Universitäten entwickelt wurde. Zunächst ist zu klären, ob die Zielrichtung der Fragen zu den betrachteten Veranstaltungen passt. Mathematik-Veranstaltungen in Mathematik- und Informatik-Studiengängen vermitteln mathematische Konzepte und eine logisch strukturierte Arbeitsweise. Mathematik-Veranstaltungen in Ingenieurstudiengängen sind dagegen stärker auf die im Ingenieurbereich benötigten Methoden der höheren Mathematik ausgerichtet. Bei den Veranstaltungen der Wirtschaftsmathematik stehen die Methoden der Finanzmathematik im Vordergrund. Bei der Interpretation der Ergebnisse ist also das Studienumfeld mit zu berücksichtigen.

Der Kontext der Testaufgaben spielt bei deren Verständlichkeit durch die Studierenden ebenfalls eine wichtige Rolle. Einige Fragen sind in einem technisch-physikalischen Zusammenhang formuliert, der den Studierenden aus wirtschaftlich orientierten Studiengängen nicht so geläufig ist. Daneben ist zu berücksichtigen, dass der Umfang der Analysis-Inhalte zwischen verschiedenen Studiengängen an den HAWs stark schwankt. Der mir bekannte Umfang der Analysis-Inhalte innerhalb eines Semesters hat eine Bandbreite von etwa 2 SWS bis zu 8 SWS. Dies hat auch einen Einfluss auf den mit dem CCI ermittelten Lernzuwachs und muss bei der Deutung der Ergebnisse berücksichtigt werden.

Einsatz des CCI/PCCI in meiner Lernfortschrittstudie

Ich möchte mit dieser Studie die Frage beantworten, wie sich der Wechsel meiner Lehrmethoden auf den Lernfortschritt der Studierenden auswirkt. Die beste Möglichkeit wäre eine langfristige Untersuchung des Lernfortschritts der Studierenden in meinen Analysis-Veranstaltungen mit Hilfe des CCI/PCCI. So hätte ich die Auswirkungen der Umstellung meiner Lehrmethoden auf den Lernerfolg der Studierenden direkt erkannt. Dies war jedoch nicht möglich, da ich mir die Frage über den Nutzen von aktivierenden Lehrmethoden für die Studierenden zu einem Zeitpunkt stellte, an dem ich diese Methoden in meinen Lehrveranstaltungen schon umgesetzt hatte.

Aus diesem Grund suchte ich Kolleg:innen, die bereit waren, diesen Test in ihren Lehrveranstaltungen durchzuführen. Hier wählte ich in erster Linie die Lehrveranstaltungen an der OTH Regensburg, die ich selbst im Wechsel mit anderen Kolleg:innen gehaltenen habe. Dies ermöglicht den Vergleich des Lernfortschritts der Studierenden beim Einsatz verschiedener Lehrformen von unterschiedlichen Dozent:innen. Damit erhält man grundsätzliche Hinweise darüber, wie stark der Lernfortschritt von den eingesetzten Lehrmethoden abhängt. Der Vorteil von diesem Vorgehen besteht darin, dass die Studie in kurzer Zeit durchführbar ist, und dass die ganze Untersuchung mit der heutigen Studierendengeneration

durchgeführt wird. Der Nachteil ist die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Lehrperson. Die Ergebnisse der von Deslauriers et al. (2011) durchgeführten Studie zeigen, dass es akzeptabel ist, den Einfluss der Lehrperson bei meiner Untersuchung zu vernachlässigen.

Bei der Studie geht es mir vor allem darum, den Lernfortschritt der Studierenden aus Lehrveranstaltungen mit verschiedenen Lehrmethoden zu vergleichen. Zum Einfluss der beim Pre-Test erhobenen Meta-Daten auf den Lernfortschritt führe ich zusätzliche Auswertungen durch.

Die wichtigsten Ergebnisse

Erfasste Daten

Ich konnte diese Studie fünf Semester lang durchführen, zwischen dem Wintersemester 2017/18 und dem Wintersemester 2019/20. Im Studiengang Mathematik bezog ich die Lehrveranstaltung Analysis 1 mit 8 SWS ein, die jedes Semester angeboten wird. Ich führte sie in dem Zeitraum der Studie einmal mit JiTT und PI durch, ein Kollege setzte hands-on Aktivitäten ein, die anderen Dozent:innen führten diese Veranstaltung als traditionellen seminaristischen Unterricht (SU) durch. In den vier Informatik-Studiengängen an der OTH Regensburg ist die Analysis Gegenstand der Mathematik-Veranstaltung im zweiten Studiensemester mit einem Umfang von 6 SWS, die ebenfalls in jedem Semester angeboten wird. Ich bot diese Veranstaltung zweimal an, einmal setzte ich JiTT und PI ein und einmal arbeitete ich mit SU und PI. Die anderen Dozent:innen setzen SU ein.

Als Ergänzung führte ich den CCI in vier Studiengängen durch, in denen ich selbst nicht tätig bin. Dies waren zwei Lehrveranstaltungen im Ingenieurbereich an anderen Hochschulen, in denen einmal PI und einmal JiTT eingesetzt wurde. Dazu kamen zwei Veranstaltungen der Wirtschaftsmathematik. Der Umfang der Analysis-Anteile dieser vier Veranstaltungen beträgt 3 SWS oder weniger, also weniger als die Hälfte im Vergleich zu den Lehrveranstaltungen in den Studiengängen Mathematik und Informatik.

Da ich vor allem den Lernfortschritt der Studierenden in meinen Lehrveranstaltungen untersuchen möchte, werte ich nur die Daten der Lehrveranstaltungen aus, die ich selbst auch gehalten habe.

Separate Auswertung von Pre- und Post-Test

Bei der Auswertung der Daten fallen zunächst die Teilnehmerzahlen auf. Während an den Pre-Tests insgesamt 722 Studierende teilgenommen haben, waren es bei den Post-Tests nur 412. An beiden Tests nahmen 278 Studierende teil, und nur für diese Studierenden kann ein gain berechnet werden. Die Ergebnisse der Studierenden, die an nur einem der beiden Tests teilgenommen haben, sind deutlich schlechter als die Ergebnisse der Studierenden, die an beiden Tests teilgenommen haben. Das schlechte Abschneiden der Studierenden, die nur am Pre-Test teilgenommen haben, legt den Schluss nahe, dass Studierende mit weniger Mathematik-Vorkenntnissen den Besuch der Lehrveranstaltung im Lauf des Semesters aufgegeben haben. Das schlechte Abschneiden der Teilnehmer des Post-Tests deutet darauf hin, dass gegen Ende des Semesters Wiederholer aus vergangenen Semestern die Lehrveranstaltung im Rahmen ihrer Prüfungsvorbereitung besuchen, ohne sich intensiv mit den Inhalten befasst zu haben. Die jeweiligen Unterschiede zwischen den erzielten Ergebnissen der Teilnehmer:innen an nur einem der Tests und den Teilnehmer:innen an beiden Tests sind statistisch signifikant.

Die Abbildung 1 zeigt den Anteil der richtigen Antworten der Studierenden bei Pre-Test und beim Post-Test. Diese Daten sind jeweils separat für die Studierenden dargestellt, die an einem oder an beiden Tests teilgenommen haben. Der Zuwachs dieses Anteils der Teilnehmer:innen an beiden Test vom Pre-Test zum Post-Test resultiert aus dem Lernfortschritt dieser Studierenden. Die Zahlen in den Klammern sind jeweils die Anzahl der Datensätze.

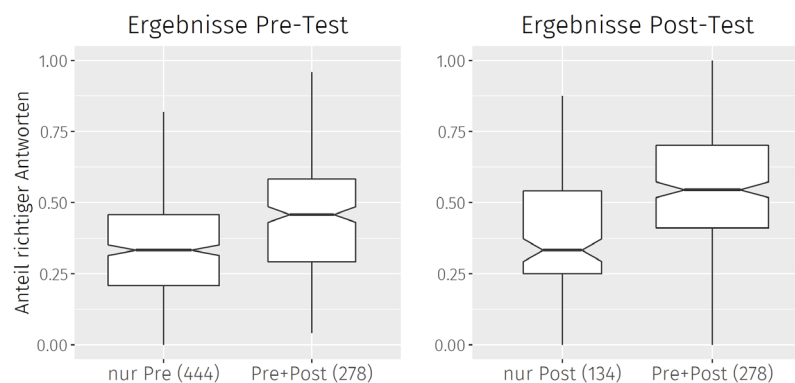


Abbildung 1 Ergebnisse von Pre- und Post-Test (eigene Darstellung)

Analyse des Lernfortschritts

Die Auswertung des gain ist der interessanteste Teil dieser Untersuchung. Die Tabelle 1 zeigt die Anzahl der Datensätze zu den verschiedenen Lehrformen, für die ein gain berechnet werden kann.

	Studiengang Mathematik			Informatik-Studiengänge		
Lehrmethode	SU	hands-on	JiTT mit PI	SU	SU mit PI	JiTT mit PI
Anzahl Daten	23	11	22	182	18	21

Tabelle 1 Anzahl der Teilnehmer:innen am Pre- und Post-Test

Der gain bei den Veranstaltungen mit den aktivierenden Lehrmethoden – hands-on Aktivität, PI und JiTT mit PI – weist keinen statistisch signifikanten Unterschied auf. Fasst man die Lehrveranstaltungen mit den drei aktivierenden Lehrmethoden zusammen, so ergeben sich die in der Tabelle 2 aufgeführten Werte für den gain.

	Mathematik und Informatik		Mathematik allein		Informatik allein	
	Median	Mittelwert	Median	Mittelwert	Median	Mittelwert
aktivierende Lehre	26,7 %	22,0 %	25,0 %	19,7 %	28,6%	23,9%
traditionelle Lehre	16,7 %	15,6%	0%	4,4%	18,8%	16,3%

Tabelle 2 Median und Mittelwert des gain bei traditioneller und aktivierender Lehre

Die Unterschiede der Mediane sind jeweils statistisch signifikant ($p\text{-Wert} < 0,1$). Abbildung 2 vergleicht den erzielten gain bei traditionellen und aktivierenden Lehrmethoden.

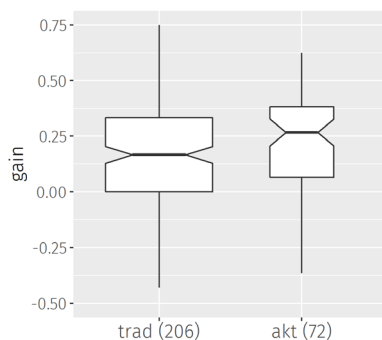


Abbildung 2 gain bei traditionellen und bei aktivierenden Lehrmethoden (eigene Darstellung)

Auswertung der Daten aus anderen Lehrveranstaltungen

Die Auswertung der Daten zu den Lehrveranstaltungen aus den anderen Studiengängen ergibt ein gemischtes Bild.

Bei den Ingenieurstudiengängen liegen nur Daten zu Lehrveranstaltungen mit aktivierenden Methoden vor. Der hier beobachtete gain ist etwa so hoch wie der bei den Informatikstudiengängen mit traditionellen Lehrmethoden erzielte gain. Da für diese Ingenieurstudiengänge keine

Daten zu Lehrveranstaltungen mit traditionellen Lehrmethoden vorliegen, ist eine Einordnung dieser Ergebnisse schwierig.

Bei der Analyse der Daten zu den Veranstaltungen der Wirtschaftsmathematik in zwei wirtschaftlichen Studiengängen zeigt sich Folgendes: Der Anteil der richtigen Antworten beim Pre-Test liegt mit einem Median von 22,7% nur knapp über dem Zufallsniveau mit 21,4%. Ich vermute, dass die Fragen für diese Studierenden zu schwer sind, oder dass die in einem technischen Kontext formulierten Fragen diesen Studierenden Probleme bereiten. Aufgrund dieser Ergebnisse liegt die Vermutung nahe, dass der CCI in der jetzigen Form für Veranstaltungen der Wirtschaftsmathematik nicht geeignet ist.

Der gain und die Vorbildung der Studierenden

Schließlich habe ich mit Hilfe der Daten aus den technischen Studiengängen untersucht, welchen Einfluss die schulische Vorbildung auf den von den Studierenden erzielten Lernzuwachs hat. Die Mehrheit der Studierenden haben die HZB an einer FOS/BOS oder an einem Gymnasium erworben. Bei Lehrveranstaltungen mit aktivierenden Lehrmethoden erzielten Studierende mit gymnasialer Vorbildung einen statistisch signifikant höheren gain verglichen mit Studierenden, die eine FOS/BOS besucht hatten. Bei Lehrveranstaltungen mit traditionellen Lehrmethoden ist dieser Unterschied geringer. Dies ist ein Indiz dafür, dass Studierende mit gymnasialer Vorbildung besser auf eine selbständige Arbeitsweise vorbereitet sind als Studierende, die eine FOS/BOS besuchten.

In Abbildung 3 ist der gain für die Studierenden mit einer HZB von einer FOS/BOS und von einem Gymnasium dargestellt, links für Teilnehmer:innen an traditionellen Lehrveranstaltungen und rechts für Teilnehmer:innen an aktivierenden Lehrveranstaltungen.

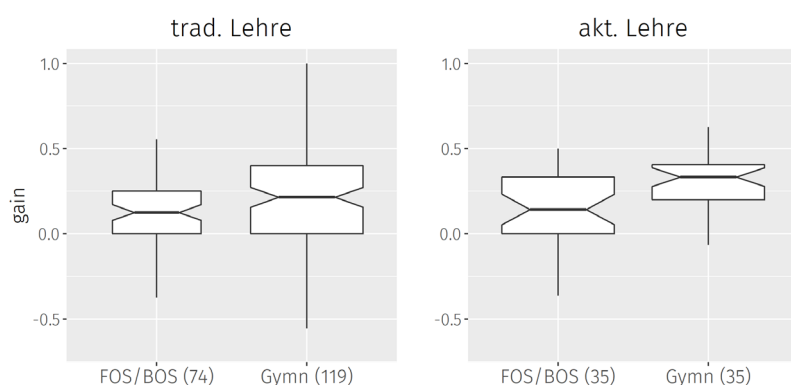


Abbildung 3 gain von Studierenden mit verschiedenen HZB-Arten, getrennt nach traditionellen und aktivierenden Lehrmethoden (eigene Darstellung)

Vergleicht man den gain in verschiedenen Studiengängen, so muss man beachten, dass sich hier zwei Effekte überlagern. Einerseits hängt der Lernfortschritt von der Lehrmethode ab, andererseits hängt der Lernfortschritt für jede Lehrmethode auch von der Art der HZB der

Studierenden ab, und damit von dem Anteil der Studierenden der jeweiligen Studiengänge mit unterschiedlicher schulischer Vorbildung. Dies kann ein weiterer Grund dafür sein, dass sich der gemessene Lernfortschritt bei den Ingenieurstudiengängen mit aktivierenden Lehrmethoden von dem Lernfortschritt der Informatik-Studiengänge mit traditionellen Lehrmethoden kaum unterscheidet. Coletta und Phillips (2005) beschreiben, dass eine aktivierende Lehrveranstaltung mit einem sehr hohen gain in einer Studierendenpopulation nicht wirksamer sein muss als eine aktivierende Lehrveranstaltung mit einem niedrigeren gain in einer anderen Studierendenpopulation.

Zusammenfassung und Ausblick

Das Calculus Concept Inventory ist ein Werkzeug, das für die Untersuchung der eigenen Lehre im Bereich der Analysis geeignet ist. Auf meine oben gestellte Frage habe ich folgende Antworten bekommen: Der Einsatz von aktivierenden Lehrmethoden führt zu einem höheren konzeptionellen Lernzuwachs als der Einsatz von traditionellen Lehrmethoden. Ein Unterschied zwischen dem Lernzuwachs bei den verschiedenen aktivierenden Lehrmethoden – hands-on Aktivitäten, PI oder JiTT – lässt sich aus den vorhandenen Daten nicht ablesen.

Bei der Interpretation der Ergebnisse ist zu berücksichtigen, dass sich zwei Effekte überlagern. Dies sind die Abhängigkeiten des Lernfortschritts von der Lehrmethode und von der Vorbildung der Studierenden. Daher lassen sich die Ergebnisse für verschiedene Studierendenpopulationen nicht direkt vergleichen.

Um den CCI an HAWs sinnvoll einzusetzen, ist sicherzustellen, dass die im CCI adressierten Konzepte zu den Lernzielen der Mathematik-Lehrveranstaltung im jeweiligen Studiengang passen. Eventuell lässt sich durch eine Kombination von Fragen aus dem CCI und dem PCA oder die Entwicklung weiterer Fragen ein Werkzeug entwickeln, das für die HAWs besser geeignet ist als der CCI in der vorliegenden Form.

Aus der Analyse des Antwortverhaltens der Studierenden auf die einzelnen Fragen des CCI, kombiniert mit Daten aus PI-Abstimmungen, ergeben sich Hinweise zu Fehlkzepten der Studierenden. Das Erkennen dieser Fehlkzepten ist eine wertvolle Unterstützung zur Verbesserung der Lehre.

Neben der Frage nach dem Lernzuwachs der Studierenden stellen sich weitere Fragen, die in entsprechend konzipierten Studien untersucht werden können:

- Wie wird die Selbstlernkompetenz der Studierenden durch verschiedene Lehrmethoden und Prüfungsformate gefördert?
- Welche Lehrmethoden helfen den Studierenden, wie Expert:innen zu denken und zu arbeiten?

Die Beantwortung dieser Fragen erfordert die Entwicklung und den Einsatz ganz anderer Werkzeuge.

Literatur

Links zu Sammlungen mit PI-Fragen. Der letzte Zugriff erfolgte am 27.10.2021.

- <http://mathquest.carroll.edu>
- <http://pi.math.cornell.edu/%7EGoodQuestions>
- <https://www.cpp.edu/conceptests/question-library/index.shtml>

- [1] **Bauer, T. (2019):** Verständnisaufgaben zur Analysis 1 und 2. Berlin.
- [2] **Carlson, M.; Oehrtman, M.; Engelke, N. (2010):** The Precalculus Concept Assessment: A Tool for Assessing Students' Reasoning Abilities and Understandings. *Cognition and Instruction*, 28:2, S. 113–145
- [3] **Coletta, V.; Phillips, J. (2005):** Interpreting FCI scores: Normalized gain, preinstruction scores, and scientific reasoning ability. *American Journal of Physics* 73(12), S. 1172–1182.
- [4] **Deslauriers, L.; Schelew, E.; Wieman, C. (2011):** Improved Learning in a Large-Enrollment Physics Class. *Science (New York, N.Y.)*. 332, S. 862–864.
- [5] **Direnga, J.; Timmermann, D.; Lund, J.; Kautz, C. (2016):** Design and Application of Self-Generated Identification Codes (SGICs) for Matching Longitudinal Data. 44th SEFI Conference. September 2016, Tampere (Finland), S. 12–15.
- [6] **Epstein, J. (2007):** Development and Validation of the Calculus Concept Inventory. Ninth International Conference on Mathematics Education in a Global Community Charlotte, NC: September 7–12.

- [7] **Epstein, J. (2013):** The Calculus Concept Inventory–Measurement of the Effect of Teaching Methodology in Mathematics. Notices of the American Mathematical Society, 60 (8), S. 1018–1026.
- [8] **Gleason, J.; Thomas, M.; Bagley, S.:** Rice, L.; White, D.; Clements, N. (2015): Analyzing the Calculus Concept Inventory: Content validity, internal structure validity, and reliability analysis. Proceedings of the PMENA-37, S. 1291–1297.
- [9] **Hake, R. (1998):** Interactive-Engagement Versus Traditional Methods: A Six-Thousand-Student Survey of Mechanics Test Data for Introductory Physics Courses. American Journal of Physics 66(1), S. 64–74.
- [10] **Hestenes, D.; Wells, M.; Swackhamer, G. (1992):** Force Concept Inventory. The Physics Teacher. 30. S. 141–158.
- [11] **Jones, S. (2015):** Areas, anti-derivatives, and adding up pieces: Definite integrals in pure mathematics and applied science contexts. The Journal of Mathematical Behavior. 38, S. 9–28.
- [12] **Novak, G. M.; Patterson, E. T.; Gavrin, A. D. (1999):** Just-in-Time Teaching: Blending Active Learning with Web Technology. Upper Saddle River.
- [13] **Pilzer, S.; Robinson, M.; Lomen, D.; Flath, D.; Hallet, D. H.; Lahme, B.; et al. (2003):** ConcepTests to accompany calculus. Hoboken.
- [14] **Riegler, P. (2019):** Peer Instruction in der Mathematik. Berlin.
- [15] **Simkins, S.; Maier, M. (2010):** Just in Time Teaching: Across the Disciplines, Across the Academy. Sterling.

Autor

Prof. Dr. **Martin Pohl** lehrt Mathematik mit dem Schwerpunkt Analysis im Studiengang Mathematik und den Studiengängen der Informatik an der OTH Regensburg – martin.pohl@oth-regensburg.de
| Foto: privat



SUSANNE KRUSE
MARTIN MANDAUSCH



Individuelle Lernpfade in der Mathematik

MEDIENGESTÜTZTE LEHRE IN DER STUDIEN-
EINGANGSPHASE

- Vorstellung eines Lehrkonzepts: Kombination digitaler Lehrangebote mit direkter sozialer Interaktion und Kommunikation als Blended Learning
- Angebot einer motivierenden, lernförderlichen und flexiblen Lernumgebung mit praktischen Anwendungsmöglichkeiten
- Exemplarische Darstellung von Kompetenzorientierung durch mathematische Realweltbeispiele in Veranstaltungen, Übungen und Prüfung
- Learning Analytics als ein Baustein hochschuldidaktischer Reflexion

In großen Lehrveranstaltungen den Einzelnen gerecht werden

Im Folgenden stellen die beiden Autoren ein Blended-Learning-Konzept vor, das im Sinne des Constructive Alignments die in der Modulbeschreibung und im zugrundeliegenden Studientext verankerten Lernziele, die Lehr- und Lerninhalte, die unterschiedlichen Lehr- und Lernmethoden sowie die Prüfungsformen miteinander verbindet. Umgesetzt wurde dieses Konzept in einem Grundlagenmodul der Mathematik in der Studieneingangsphase des Bachelorstudiengangs Wirtschaftsingenieurwesen mit ingenieurwissenschaftlichem Schwerpunkt an der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Karlsruhe. Die Möglichkeit der freien Wahl individueller Lernpfade durch ein vielfältiges Lernangebot setzt Anreize, sich selbstgesteuert mit den Inhalten des Moduls auseinanderzusetzen, um später die Erreichung der formulierten Kompetenzziele durch eine erfolgreiche Prüfungsteilnahme zu belegen (Prenzel 1996). Das Lehrkonzept wurde in dieser Stringenz erst im Rahmen der Corona-Pandemie und der einhergehenden Online-Lehre umgesetzt, lässt sich aber ohne große Änderungen auf Präsenzveranstaltungen übertragen. Die didaktische Konzeption berücksichtigt zudem die Heterogenität der Studierenden hinsichtlich ihrer Vorkenntnisse in den mathematischen Grundlagen und der Größen der Studierendengruppen (ca. 150 Studierende in dem hier dargestellten Modul) sowie die Heterogenität hinsichtlich der technischen Voraussetzungen beim Zugriff der Studierenden auf die einzelnen Lehr-/Lernkomponenten.

Detaillierte Beschreibung des Lehrkonzepts und seiner Komponenten

Das Modul Mathematik B deckt die Themen lineare Algebra, Logik und Finanzmathematik ab und gehört zu den von Studierenden als anspruchsvoller wahrgenommenen Modulen der Studieneingangsphase im Bachelorstudiengang Wirtschaftsingenieurwesen. Das in diesem Modul umgesetzte Blended-Learning-Konzept, in dem interaktive zeit-synchrone (Online-)Lehr-/Lernveranstaltungen mit zeitasynchronen

Kommunikations- und Interaktionskanälen, mehreren Lehr-/Lernvideo-Formaten und umfangreichen Online-Übungsmöglichkeiten verzahnt sind, hat die Erreichung des in der Modulbeschreibung verankerten Kompetenzziels „... die erlernten, mathematischen Werkzeuge auf ingenieur- und wirtschaftswissenschaftliche Fragestellungen in den Lehrveranstaltungen des Grund- und Hauptstudiums anzuwenden und deren Einsatz begründen zu können“ zum Ziel. Bei der Umsetzung wurde explizit Wert auf die Merkmale guter Lehre wie die Transparenz der Lernziele und der Bewertungskriterien, den Einsatz aktivierender Lehrmethoden und des formativen Feedbacks sowie der Selbstevaluation der Studierenden gelegt (Rufer/Tribelhorn 2012). Zudem wird der Diversität von Studierenden durch ein bewusst vielfältig gestaltetes Angebot an Interaktions- und Lehr-/Lernmöglichkeiten berücksichtigt (Linde/Auerkorte-Michaelis 2021).

Zusammengeführt werden alle Aktivitäten des dargestellten Kurskonzepts im virtuellen Kursraum auf der zentralen Lernplattform. Dieser bietet einerseits organisatorische Orientierung und Struktur, eröffnet andererseits aber auch große Wahlfreiheiten. Der interaktiv gestaltete Studententext stellt die inhaltliche Klammer dar, führt durch die Themengebiete und ermöglicht den Studierenden, die für sie geeigneten, persönlichen Lernpfade selbständig zu beschreiten. Die Planung des Semesters und der Wissensvermittlung erfolgt mittels eines Semesterablaufplans (Dubs 2020), der den Studierenden zur Verfügung gestellt wird und eine Übersicht bietet, wann welche Themen in den Lehrveranstaltungen und Tutorien behandelt werden sowie wie und wann eine Vor- und Nachbereitung der Inhalte mit Hilfe der Mitschnitte, Videos und des Studententextes erfolgen sollte. Entlang der gebotenen Leitplanken dieses Semesterablaufplans können Studierende diejenigen Angebote wählen, die zu ihren jeweiligen Vorkenntnissen, persönlichen Lernpräferenzen sowie zu den situativ verfügbaren zeitlichen und technischen Voraussetzungen passen. Ziel dieses in Abbildung 1 dargestellten Lehrkonzeptes ist es, den Studierenden eine motivierende, lernförderliche und flexible Lernumgebung mit praktischen Anwendungsmöglichkeiten zu bieten, um die formulierten Kompetenzziele zu erreichen ohne dabei Möglichkeiten zur direkten sozialen Interaktion und Kommunikation in Lehrveranstaltungen und Tutorien vorzuenthalten. Die Auswahl und Kombination der Lehrmethoden und Medien des Blended-Learning-Konzepts ist klar konstruktivistisch geprägt und verwendet Strategien aus mehreren lerntheoretischen Ansätzen (Reinmann-Rothmeier/Mandl 1999 und Dubs 1995). Ausgangspunkt für die didaktische Planung sind dabei stets die in der Modulbeschreibung explizierten Kompetenzziele. Die Angebote zur Lernunterstützung werden dabei kontinuierlich auf Basis von Informationen zu den Lernprozessen weiterentwickelt. Nicht zuletzt liegt ein entscheidender Vorteil des Konzepts auch darin, dass es flexibel mit Spielräumen und Restriktionen hinsichtlich des Präsenzstudienbetriebs umgehen kann, beispielsweise indem Online-Vorlesungen und -Tutorien durch Präsenzveranstaltungen substituiert werden, während das Konzept in seiner Gesamtheit robust gegenüber solchen Anpassungen ist.

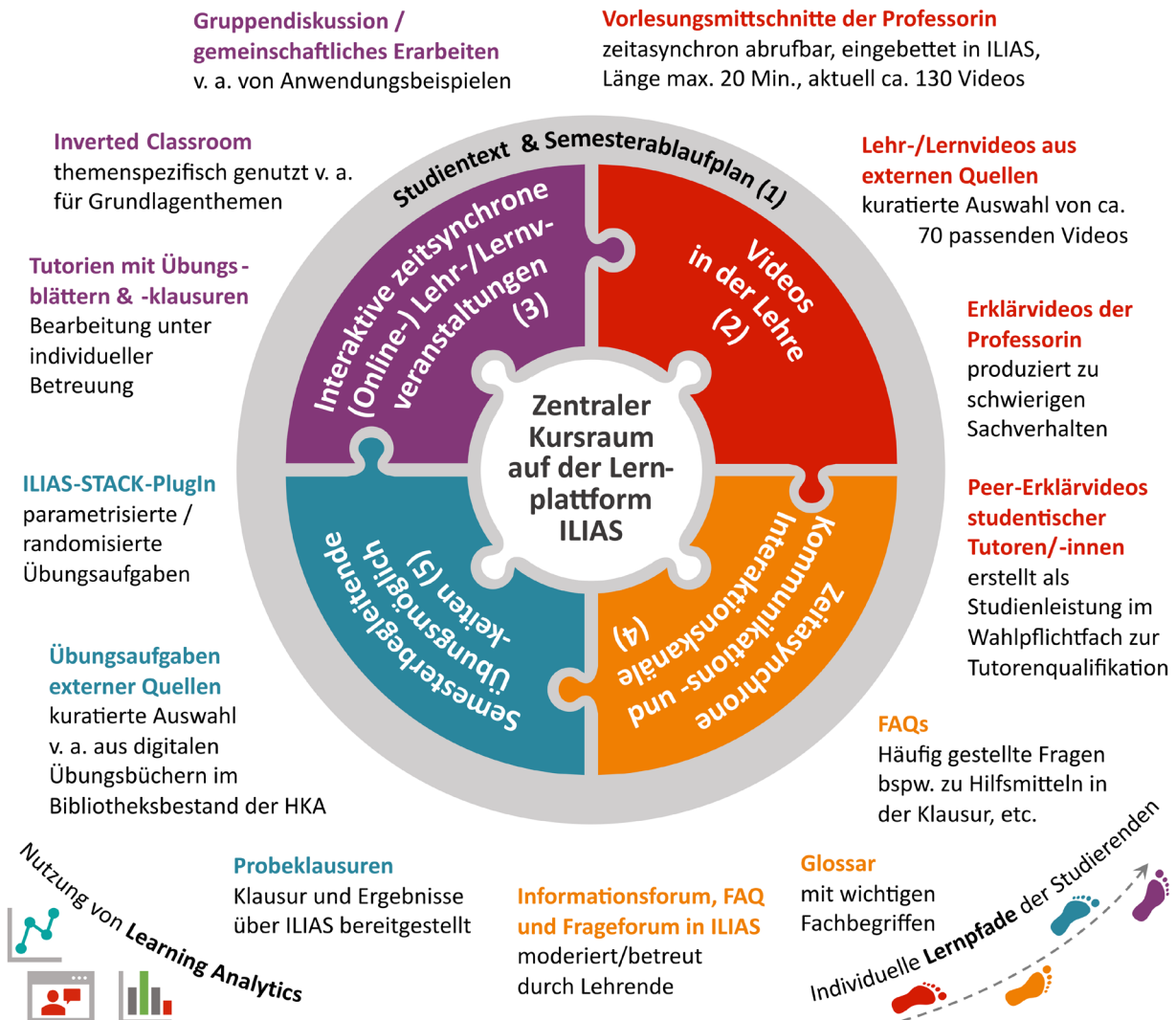


Abbildung 1 Zugrunde liegendes mediengestütztes Lehrkonzept (Eigene Darstellung)

Der Studientext als zentrales Medium und roter Faden der Lehrveranstaltung

Zentrales Medium und roter Faden der Lehrveranstaltung ist ein Studientext als Veranstaltungsskript mit internen und externen Links. In dem Dokument werden die theoretischen Grundlagen und mathematisches Faktenwissen (Sätze, Definitionen und Erläuterungen) dargestellt. Wahlweise können Beispiele (im Sinne eines Lückentextes) selbst handschriftlich ergänzt oder es kann eine bereits vorausgefüllte Version heruntergeladen und um Notizen und Markierungen erweitert werden. Darüber hinaus enthält der Studientext externe Weblinks auf ergänzende Literatur sowie interne Links, mit denen die Studierenden auf verwendete mathematische Fakten bzw. zusätzliche Anwendungsbeispiele, die im Rahmen der Lehrveranstaltungen gemeinsam erarbeitet werden, springen können. Die Übungsblätter sind – ohne die Musterlösungen, die im Nachgang der Tutorien auf der Lernplattform eingestellt werden – an den Stellen in den Studientext integriert, ab denen das notwendige

Wissen zur Verfügung stehen sollte, und beinhalten neben Übungen zur Vertiefung der mathematischen Grundfertigkeiten auch Übungen, die in ein Anwendungsszenario eingebettet sind.

Wissensvermittlung anhand mehrerer Lehr-/Lernvideo-Formate

In das Lehrkonzept sind mehrere Lehr-/Lernvideo-Formate integriert: In den Vorlesungsmitschnitten der Professorin wird den Studierenden die Erläuterung nahezu aller Inhalte des Studientextes (mit Ausnahme der Anwendungsbeispiele, der Übungsblätter und deren Musterlösungen) bereits zu Semesterbeginn als Videostream zugänglich gemacht. Diese Videos sind unter didaktischen Gesichtspunkten und thematisch kompakt auf maximal 20 Minuten Dauer geschnitten. Der Abruf der Videos erfolgt über die Einbettung in die hochschulzentrale Lernplattform. Zudem referenziert der Studientext jeweils auf die zugehörigen Vorlesungsmitschnitte und weitere Lehr-/Lernvideos. Das im Modul Mathematik B umgesetzte Lehrkonzept beinhaltet dabei aktuell über hundertdreißig Vorlesungsmitschnitte, die von der Dozentin selbst didaktisch und technisch aufbereitet wurden. Zusätzlich finden die Studierenden kurze Erklärvideos zu besonders schwierigen Sachverhalten, in denen diese gesondert und mit einem speziellen Fokus auf häufig auftretende Fehler mittels Visualisierungen erklärt werden. Dabei handelt es sich um zusätzliche Videos der Professorin sowie um Tutorenfilme. Letztere entstehen im Rahmen eines Wahlpflichtfachs (Tutorenqualifikation), in dem Studierende unentgeltlich in einem Tutorium als Tutor:in mitwirken, sich didaktisch in einem Seminar weiterbilden und eine Prüfungsleistung einreichen. Die Möglichkeit zum Peer-Lehrfilm als Prüfungsleistung besteht in den Modulen der Dozentin bereits seit längerem. Als zusätzliche Lernunterstützung wird eine kuratierte Auswahl von Lehr-/Lernvideos aus externen Quellen zur Verfügung gestellt, die im Kursraum auf der Lernplattform verlinkt sind. Deren Vorauswahl erfolgte passend zum Modulinhalt und der Zielgruppe.

Interaktive zeitsynchrone Lehr-/Lernveranstaltungen im direkten Kontakt

In den interaktiven zeitsynchronen (Online-)Lehr-/Lernveranstaltungen mit Direktkontakt werden mehrere didaktische Ansätze kombiniert: In Anlehnung an einen Inverted Classroom sind die Studierenden für Lehrveranstaltungen aufgefordert, im Vorfeld ausgewählte Vorlesungsmitschnitte zu grundlegenden Sachverhalten anzuschauen und entsprechende Bestandteile des Studientextes selbstständig zu erarbeiten. In den Veranstaltungen mit der Professorin werden dann nach einer kurzen Zusammenfassung und der Klärung offener Fragen komplexere Inhalte diskutiert und motivierende Anwendungsbeispiele gemeinschaftlich erarbeitet. Zudem werden die im Studientext verankerten wöchentlichen Übungsblätter und die Übungsklausur in Tutorien eigenständig erarbeitet – unterstützt durch studentische Peer-Tutorinnen und -tutoren sowie die anwesende Professorin. In Online-Semestern werden dafür Breakout Rooms zur Kleingruppenarbeit eingesetzt, zwischen denen die Studierenden flexibel wechseln können, während in Präsenzsemestern eine direkte Beratungssituation im Hörsaal entsteht.

Zudem ist auf der Lernplattform der Link zu einer selbständig zu startenden Videokonferenz als virtuellem Lernraum zur Vernetzung und für Lerngruppen verfügbar.

Zeitasynchrone Kommunikations- und Informationskanäle

Mit Hilfe digitaler Medien werden zeitasynchrone Kommunikations- und Informationskanäle zur Verfügung gestellt: Hierzu zählt ein von der Professorin betreutes Frage-Forum im Online-Kursraum, in dem die Professorin im Forum oder per E-Mail eingegangene Fragen (anonymisiert) beantwortet, so dass alle Studierenden auf dem gleichen Stand sind. Zudem finden sich dort ein allgemeines Informationsforum, FAQs, ein Glossar und eine Anmeldemöglichkeit zur Sprechstunde der Professorin.

Zeitsynchrone und zeitasynchrone Übungsmöglichkeiten

Zum Lehrkonzept gehören zudem semesterbegleitende Übungsmöglichkeiten: Um mathematische Grundfertigkeiten einzuüben und zu festigen, können die Studierenden auf Online-Übungsaufgaben mit randomisierten Parametern in der Aufgabenstellung zurückgreifen und hiermit jederzeit ihren eigenen Wissensstand hinsichtlich dieser Grundfertigkeiten evaluieren. Der ursprünglich von Sangwin (2013) an der University of Birmingham (UK) entwickelte STACK-Aufgabentyp erlaubt theoretisch unbegrenzte Übungsmöglichkeiten, da sich die verwendeten Zahlen bei jedem Durchlauf ändern. Zudem erhalten die Studierenden automatisiert direkt ein individuelles Feedback und gegebenenfalls Lösungshinweise. Zwei bis drei Wochen vor Semesterende können die Studierenden über die Lernplattform eine Probeklausur herunterladen, bearbeiten und ihre Lösungen wieder online abgeben. Bei der Probeklausur handelt es sich um eine Alt-Klausur, die einen repräsentativen Mix aus Prüfungsfragen hinsichtlich der mathematischen Grundfertigkeiten und der Anwendungsorientierung aufweist. Ihre (eigene) korrigierte Probeklausur können die Studierenden dann datenschutzkonform im persönlichen Bereich auf der Lernplattform abrufen und sich so ein Feedback zu ihren Kompetenzen einholen. In Literaturhinweisen und den im Studientext verlinkten Übungsbüchern finden die Studierenden Zugang zu weiteren Übungsaufgaben (auch zur Auffrischung der mathematischen Kenntnisse aus der Schule). Bei Schwierigkeiten können sich die Studierenden in den Tutorien mit Fragen zu diesen Übungsaufgaben direkt an die Professorin wenden.

Planung des Lehrkonzeptes im Hinblick auf die Kompetenzziele

Einhaltung des Workloads bei zeitgleicher Wahrung der Chancengleichheit

Dieses Lehrkonzept zielt darauf ab, verschiedene Methoden und Medien so zu kombinieren, dass zugleich die Vorteile von direkter Kontaktzeit sowie von E-Learning zum Tragen kommen, gleichzeitig aber potenzielle negative Begleiteffekte reduziert werden (z. B. Konsumhaltung in Frontalvorlesung online/offline, Überforderung der Selbstlernkompetenzen). Blended Learning wird hier im engsten Sinne als integriertes Lernen umgesetzt, indem die verschiedenen Lernangebote als mögliche Stationen der individuellen Lernpfade zur Erreichung der Kompetenzziele in den strukturgebenden Studententext und Semesterablaufplan integriert werden¹. Systematisch werden dazu auch die Potenziale digitaler Lehre zur Individualisierung und Flexibilisierung der Lehr-/Lernangebote für Großgruppen in der Studieneingangsphase genutzt. Entlang der Leitplanken, die mit dem Semesterablaufplan und dem Studententext gesetzt werden, können die Studierenden ihre Lernwege frei wählen. Den eigenen Bedarfen und Präferenzen entsprechend, können sie wählen, inwieweit sie die Interaktion im Rahmen der Lehrveranstaltung und/oder der Tutorien in Kombination mit den Vorlesungsmitschnitten und Lehrvideos nutzen oder mit einem höheren Grad an Selbststeuerung vor allem anhand der Lehrvideos, der Vorlesungsmitschnitte, des Studententexts und der Übungsblätter lernen möchten. Durch die Berücksichtigung ihrer individuellen Voraussetzungen und damit unter Wahrung der Chancengleichheit wird den Studierenden die Gelegenheit geboten, sich Wissen schneller anzueignen, es tiefer zu verstehen, effektiver anzuwenden und selbstständiger erweitern zu können. Weder die Bedarfe noch die Präferenzen werden in diesem Konzept als intraindividuell unveränderliche Größen behandelt und daher auf den individuellen Lernpfaden der themen- oder auch situationsspezifische Wechsel zwischen diesen Angeboten ermöglicht und gefördert. Dafür erhalten die Studierenden einen genauen Semesterablaufplan, anhand dessen sie nachvollziehen können, wann welche Themen in den Lehrveranstaltungen und Tutorien behandelt werden sowie wie und wann eine Vor- und Nachbereitung der Inhalte mit Hilfe der Mitschnitte, Videos und des Studententextes erfolgen sollte, um mit dem Zeitverlauf der Lehrveranstaltung Schritt zu halten.

Kompetenzorientierung in Anwendungsbeispielen und Assessment

Die in der Veranstaltung vermittelten Inhalte legen und festigen die mathematischen Grundlagen sowohl für ihre Anwendung in nachfolgenden Studienveranstaltungen als auch in der späteren ingenieurwissenschaftlichen Berufstätigkeit. Durch die konsequente Anwendung des didaktischen Prinzips der Lebensweltorientierung (vgl. Iben 1998) und der Verankerung der Fachinhalte in praxisnahen Anwendungsszenarien

¹ Weitere Einsatzbeispiele von Blended Learning-Konzepten finden sich bspw. in Wipper/Schulz (2021)

wird ihre Bedeutung für Studium und Beruf herausgearbeitet, so dass Studierende die Relevanz besser erkennen und Wissen unterschiedlicher Module und Bereiche nachhaltiger miteinander verknüpfen können.

Abbildung 2 zeigt ein solches Anwendungsbeispiel, in dem zudem auch darauf Wert gelegt wird, die mathematische Lösung auch im Kontext wirtschaftswissenschaftlicher Anwendbarkeit zu interpretieren. So lässt sich das Ergebnis der im zweiten Punkt gefragten Umkehrung der Entwicklung zwar mathematisch als Inverse der zugrundeliegenden Migrationsmatrix der Beschäftigtenzahlen berechnen, ergibt aber im gegebenen Anwendungsszenario ökonomisch keinen Sinn, da diese einen Verbleib von 120% der Beschäftigten in Beschäftigung beinhaltet. Studierende lernen somit neben der Anwendbarkeit und Anwendung der erlernten Methoden und Kompetenzen die gefundene Lösung selbständig zu hinterfragen anstatt einem mathematisch korrekten Ergebnis blind zu vertrauen.

Die Weiterentwicklung der in den Modulbeschreibungen explizierten Kompetenzen, insbesondere auch die im Rahmen der Anwendungsszenarien erlernte Anwendung auf ingenieurwissenschaftliche und wirtschaftswissenschaftliche Fragestellungen, wird somit geschärft und in entsprechenden Klausuren, in denen das Wissen neben Prüfungsaufgaben zu den mathematischen Grundfertigkeiten auch auf spezielle Fragestellungen angewandt werden muss, kompetenzorientiert geprüft. Hierbei wird anwendungsorientiert auch auf unterschiedlichen Taxonomiestufen geprüft und – falls thematisch möglich – verschiedene Facetten eines Problems abgefragt (Dubs 2006). Abbildung 3 zeigt ein Anwendungsbeispiel zu den Grundlagen aus der Trigonometrie, während in Abbildung 4 eine Prüfungsfrage hinsichtlich dieser Grundlagen darstellt.

Der in Abbildung 5 dargestellte Prüfungsaufgabenteil b) findet sich beispielsweise in ähnlicher Aufgabenstellung im Übungsblatt zur Zinsrechnung wie in Abbildung 6 dargestellt ist. Abbildung 5 wiederum zeigt eine Prüfungsaufgabe der gleichen Klausur, die mit der Prüfungsaufgabe aus Abbildung 4 thematisch verknüpft ist.

5.1.3 Anwendungsbeispiel zu den Eigenschaften quadratischer Matrizen

Auf Basis einer statistischen Datenanalyse für vergangene Jahre wird unterstellt, dass 90% der zu Beginn des Jahres 2021 Berufstätigen bis zum Ende dieses Jahres weiterhin berufstätig sein werden, während es 40% der zum Jahresbeginn Arbeitslosen im Laufe des Jahres gelingt, wieder eine Berufstätigkeit aufzunehmen. Ferner ist aus der amtlichen Statistik bekannt, dass die Arbeitslosenquote bei 5% liegt.

- Wie hoch ist die Arbeitslosenquote zum 1.1.2022 unter der Annahme, dass die Arbeitslosenquote zum 1.1.2021 bei 5% liegt?
- Wie muss die Entwicklung der Zahlen der Berufstätigen und Arbeitslosen in 2022 aussehen, damit unabhängig von der am 1.1.2021 vorliegenden Arbeitslosenquote die Situation gegen Ende des Jahres 2022 der zu Beginn des Jahres 2021 gleicht?

Tipp: Es können unterschiedliche Methoden zur Beantwortung dieser Frage herangezogen werden- Wägen Sie ab, unter welchen Umständen welche Methode die geeignetere ist!

- Wie muss die Arbeitslosenquote zum 1.1.2021 aussehen, damit diese unter dieser Entwicklung zum 1.1.2022 stabil bleibt?

Abbildung 2 Anwendungsbeispiel zu den Eigenschaften quadratischer Matrizen (eigene Darstellung)

1.2.6 Anwendungsbeispiel zu den Grundlagen aus der Trigonometrie

Sie sollen in einer abgelegenen Gegend einen Tunnel durch einen Berg bauen. Der Tunnel soll direkt vom Ort Hintertupfing zum Ort Vordertupfing führen, wobei man allerdings den Ort Vordertupfing von Hintertupfing aus nicht sehen kann. Von Hintertupfing aus gesehen liegen die beiden Orte Kleinkleckersdorf und Pussemuckl links bzw. rechts von dem Berg und sind zu sehen. Zudem muss man, wenn man auf direktem Weg von Pussemuckl nach Kleinkleckersdorf will, durch Vordertupfing fahren.

Ihnen liegt folgende Entfernungsmatrix (Luftlinie in km) vor, wobei die Entfernung von Hintertupfing nach Vordertupfing fehlt:

Entfernung in km	Hintertupfing	Vordertupfing	Pussemuckl	Kleinkleckersdorf
Hintertupfing	—	???	5	7
Vordertupfing	???	—	3	5
Pussemuckl	5	3	—	8
Kleinkleckersdorf	7	5	8	—

- Bestimmen Sie die Entfernung von Hintertupfing nach Vordertupfing.
- In welchem Winkel müssen Sie im Verhältnis zu der direkten Strecke von Hintertupfing nach Pussemuckl in den Berg bohren?

Abbildung 3 Anwendungsbeispiel zu den Grundlagen aus der Trigonometrie (eigene Darstellung)

Aufgabe 1 (5 Punkte)

Ein Freund möchte sich für seine kleine 1-Zimmer-Wohnung einen Fernseher kaufen. Aufgrund der Platzbeschränkung darf der Fernseher nur 82 cm breit sein. Sie begleiten Ihren Freund in den örtlichen Elektrofachmarkt, in dem Fernseher mit folgender Bildschirmdiagonale angeboten werden: 24", 32", 40", 49", 55", 65", 75", 89"

Alle Fernseher bieten ein Display mit dem Seitenverhältnis von 16:9, dazu kommt bei allen Modellen rundherum ein Rand von 1cm. Helfen Sie Ihrem Freund bei der Entscheidung und berechnen Sie die maximale der angebotenen Bildschirmdiagonalen, die sein Fernseher aufweisen darf, um noch in die Lücke von 82 cm zu passen.

Tipp: Es gilt $1'' = 2,54\text{cm}$.

Abbildung 4 Anwendungsorientierte Prüfungsaufgabe auf unterer Taxonomiestufe (eigene Darstellung)

Aufgabe 5

Ihr Freund aus Aufgabe 1 bekommt vom Elektrofachmarkt für den Kauf seines Fernsehers eine Finanzierung angeboten und kann dabei zwischen zwei Finanzierungsmodellen wählen:

- Finanzierungsmodell 1: Der Käufer muss in 30 Tagen dem Fachhändler einen Betrag von 301,00 € überweisen.
 - Finanzierungsmodell 2: Der Käufer muss in 90 Tagen dem Fachhändler einen Betrag von 303,00 € überweisen.
- Unterstellen Sie einen Zinssatz von 12% p.a. Berechnen Sie den heutigen Preis des Fernsehers in beiden Finanzierungsmodellen und entscheiden Sie, welches der beiden Finanzierungsmodelle für Ihren Freund günstiger ist.
 - Berechnen Sie den Zinssatz, zu dem die beiden Finanzierungsmodelle gleichwertig sind und ermitteln Sie anhand dieses Zinssatzes den heutigen Preis des Fernsehers.

Abbildung 5 Anwendungsorientierte Prüfungsaufgabe auf höherer Taxonomiestufe (Synthese nach Dubs 2006)

Aufgabe 6

Zu welchem Zinssatz müssten Sie Ihr Kapital anlegen, um nach neun Jahre über den gleichen Betrag zu verfügen wie in einer alternativen Anlage, die über eine Laufzeit von vier Jahren 12,00% p.a. verspricht?

Abbildung 6 Anwendungsorientierte Übungsaufgabe (eigene Darstellung)

Reflexion und Fazit

Eine systematische Selbstreflexion und die Neugierde am hochschuldidaktischen Erforschen der eigenen Lehre bieten eine gute Grundlage für eine kontinuierliche Verbesserung eines Lehrkonzepts, der eingesetzten Materialien und Werkzeuge und befördern somit auch die Konzeption von Innovationen in der Lehre (vgl. Reinmann 2018 und Barnat/Szczyrba 2021). Auch das vorgestellte Kurskonzept konnte nur durch die Erprobung neuer Ansätze, deren Evaluation und der reflektierten Entscheidung für wiederholte iterative Anpassungen in seiner aktuell vorliegenden Form entwickelt werden. Handlungsleitend war dabei stets das Ziel, den Studierenden in der spezifischen Situation der Studiengangsphase bestmögliche Lernbedingungen zu schaffen und die individuellen Lernprozesse möglichst optimal zu unterstützen.

Im Sinne der Learning Analytics wurden Daten(-spuren) der Lernenden nutzbar gemacht, um daraus hochschuldidaktische Impulse für die Weiterentwicklung des Lehrkonzeptes ableiten zu können (vgl. Mandausch/Meinhard 2018). Neben den Selbstauskünften der Studierenden in den Lehrveranstaltungsevaluationen wurden auch weitere anonymisierte Datenquellen, wie auswertbare Metadaten in der zentralen Lernplattform (z.B. Nutzung der Materialien, Lehrvideos), den aggregierten Ergebnissen der im Online-Kursraum bereitgestellten Übungsmöglichkeiten und den Ergebnissen der abschließenden Modulprüfung für eine datenbasierte Reflexion herangezogen. Auf dieser Basis gelang beispielsweise eine komprimierte (teilautomatisierte) Sammlung und Auswertung vorherrschender Fehlkonzepte, welche die Bereitstellung zusätzlicher Erklärvideos und zielgerichteter Online-Übungsaufgaben motivierte.

Trotz der vielfältigen Materialien und Betreuungsangebote lässt das Feedback der Studierenden in der Lehrveranstaltungsevaluation, darauf schließen, dass sich der erbrachte Workload der Studierenden im (angebots der vergebenen ECTS-Punkte) vorgesehenen Bereich bewegt. Zur besseren Planung des studentischen Arbeitsaufwandes wird dieser den Studierenden anhand eines in Frage kommenden Lernpfads zu Beginn des Semesters beispielhaft erläutert. Auf dieser Basis können die Studierenden auch mit Blick auf die Arbeitsbelastung informierte Entscheidungen hinsichtlich individuell passender Lernangebote treffen, ohne von der überwältigenden Größe des Angebots überfordert zu werden. In

den quantitativen Ergebnissen der Lehrevaluation werden die Aspekte „Inhalt und Struktur“, „Art der Stoffvermittlung“ durch die Studierenden sehr positiv bewertet und auch der selbsteingeschätzte Lernzuwachs als sehr hoch angegeben. Das Lehrkonzept erlaubt ihnen ausdrücklich, unterschiedliche Lernzugänge eigenverantwortlich auszuprobieren und leistet so einen Beitrag, zur Entwicklung als selbständige und mündige Studierende. Angesichts der überzeugenden Gesamtbewertung der Veranstaltung durch die Studierenden und der persönlichen Rückmeldungen soll und wird das hier dargestellte Lehrkonzept seither weiterhin genutzt. In Semestern, die Präsenzveranstaltungen erlauben, wird den Studierenden auch eine Online-Teilnahme an den in Präsenz durchgeführten Lehrveranstaltungen ermöglicht.

Über den unmittelbaren Mehrwert für Studierende und Lehrende hinaus, bietet das Lehrkonzept auch ein Modell dafür, wie digital gestützte Hochschullehre an einer Hochschule für Angewandte Wissenschaften aussehen kann, die einerseits den Studierenden Wahlfreiheiten in der Nutzung digitaler Angebote lässt, andererseits Präsenz- und Online-Lehre genauso wie interaktive und selbst-gesteuerte Formate integriert – darüber hinaus jedoch auch robust gegenüber Einschränkungen des Präsenzbetriebs ist.

Es ist das hier integrierte Zusammenspiel von orientierenden Strukturvorgaben und flexiblen Wahlfreiheiten, das den konstruktiven Umgang mit der zunehmenden Heterogenität der Studierendenschaft in der Studieneingangsphase ermöglicht (vgl. Linde/Auferkorte-Michaelis 2021). Das Lehrkonzept hält dabei nicht nur eine Lösung für das heterogene Vorkenntnisniveau bereit, sondern auch für unterschiedliche Präferenzen hinsichtlich des Digitalisierungsgrades. Angesichts der vielfältigen Erfahrungen, die mehrere Kohorten an Schülerinnen, Schülern und Studierenden seit dem Jahr 2020 mit Online- und Wechselunterricht gesammelt haben, werden die Hochschulen zumindest auf absehbare Zeit mit einem erheblich breiteren Spektrum an entsprechenden Vorerfahrungen und Erwartungshaltungen konfrontiert sein. Sie stehen vor der Herausforderung ein attraktives und relevantes Studienangebot für das digitale Zeitalter bereitzustellen und gleichzeitig die individuellen Überzeugungen der Lehrenden zu achten. Mit dem hier vorgestellten Lehrkonzept wird ein mögliches Modell geboten, wie ein solches Studienangebot ausgestaltet werden könnte, das aber beim Lehrenden entsprechende Überzeugungen und Bereitschaft wie etwa die stärkere Fokussierung auf die Studierenden und die Integration zusätzlicher Lehr-/Lernangebote voraussetzt (vgl. Schurz 2021). Dann kann es uns Lehrenden gelingen, die eigene Begeisterung für das jeweilige Fachgebiet und seine praxisnahe Anwendung bei jungen Menschen zu wecken.

Literatur

- [1] **Barnat, M.; Szczyrba, B. (2021):** Scholarship of Teaching and Learning – von unentdeckten Einzelinitiativen zur institutionellen Förderung an Hochschulen. In: Berendt, B.; Fleischmann, A.; Schaper, N.; Szczyrba, B.; Wiemer, M.; Wildt, J. (Hrsg.): Neues Handbuch Hochschullehre (Griffmarke J3.18). Berlin: DUZ Verlags- und Medienhaus GmbH.
- [2] **Dubs, R. (2020):** Die Vorlesung der Zukunft, Opladen.
- [3] **Dubs, R. (2006):** Besser schriftlich prüfen: Prüfungen valide und zuverlässig durchführen. In: Berendt, B.; Voss, H.-P.; Wildt, J. (Hrsg.): Neues Handbuch Hochschullehre: Lehren und Lernen effizient gestalten. (Lieferung 22, Ziffer H 5.1). Berlin.
- [4] **Dubs, R. (1995):** Konstruktivismus: Einige Überlegungen aus der Sicht der Unterrichtsgestaltung. In: Zeitschrift für Pädagogik, 41 6, S. 889–903.
- [5] **Iben, G. (1998):** Lebensweltorientierte Didaktik in der Universität? In: Fritsch, U.; Adl-Amini, B. (Hrsg.): Über ein anderes Bild von Lehre. Blickpunkt Hochschuldidaktik 103. Weinheim, S. 47–59.
- [6] **Linde, F.; Auferkorte-Michaelis, N. (2021):** Diversität in der Hochschullehre – Didaktik für den Lehralltag, Opladen.
- [7] **Mandausch, M.; Meinhard, D. B. (2018):** Learning Analytics – ein hochschuldidaktischer Diskurs zu Datenanalysen in der Lehre. In: Schmohr, M.; Müller, K.; Philipp, J. (Hrsg.): Gelingende Lehre: erkennen, entwickeln, etablieren: Beiträge der Jahrestagung der Deutschen Gesellschaft für Hochschuldidaktik (dghd) 2016. Bielefeld, S. 19–33.
- [8] **Prenzel, M. (1996):** Bedingungen für selbstbestimmt motiviertes und interessiertes Lernen im Studium. In: Lompscher, J.; Mandl, H. (Hrsg.): Lehr- und Lernprobleme im Studium. Bedingungen und Veränderungsmöglichkeiten. 1. Aufl. Aus dem Programm Huber: Psychologie-Forschung. Bern und Göttingen: Huber, S. 11–23.
- [9] **Reinmann, G. (2018):** Die Selbstbezüglichkeit der hochschuldidaktischen Forschung und ihre Folgen für die Möglichkeiten des Erkennens. In: Jenert, T.; Reinmann, G.; Schmohl, T. (Hrsg.): Hochschulbildungsforschung: Theoretische, methodologische und methodische Denkanstöße für die Hochschuldidaktik (2018). Wiesbaden.
- [10] **Reinmann-Rothmeier, G.; Mandl, H. (1999):** Unterrichten und Lernumgebungen gestalten (überarbeitete Fassung). München: Ludwig-Maximilians-Universität, Institut für Pädagogische Psychologie und Empirische Pädagogik, Lehrstuhl für Empirische Pädagogik und Pädagogische Psychologie (Forschungsbericht Nr. 60), S. 37.
- [11] **Rufer, L.; Tribelhorn, T. (2012):** Lernen wirksam unterstützen. So gelingt die Planung einer Lehrveranstaltung. In: Forschung & Lehre, 19(6), S. 492–493.

- [12] **Sangwin, C. (2013):** Computer Aided Assessment of Mathematics. Oxford.
- [13] **Schaper, N.; Soyka, C. (2021):** Kompetenzorientiertes Prüfen. Grundlagen, präsenz- und onlinegestützte Formate, Bewertung und Rückmeldung kompetenzorientierter Prüfungsleistungen. In: Berendt, B.; Fleischmann, A.; Schaper, N.; Szczyrba, B.; Wiemer, M.; Wildt, J. (Hrsg.): Neues Handbuch Hochschullehre (Griffmarke H6.8). Berlin: DUZ Verlags- und Medienhaus GmbH.
- [14] **Schurz, K. (2017):** Lehr-Lern-Überzeugungen im Kontext von Digitalisierungs- und Sozialisationsprozessen - Ein Forschungsdesign zur Untersuchung von Lehrhandeln In: MedienPädagogik - Zeitschrift für Theorie und Praxis der Medienbildung, 28, S. 28–35.
- [15] **Wildt, J.; Wildt, B. (2011):** Lernprozessorientiertes Prüfen im „Constructive Alignment“ Ein Beitrag zur Förderung der Qualität von Hochschulbildung durch eine Weiterentwicklung des Prüfungssystems. In: Berendt, B.; Voss, H.-P.; Wildt, J. (Hrsg.): Neues Handbuch Hochschullehre (Griffmarke H6.1). Berlin: DUZ Verlags- und Medienhaus GmbH.
- [16] **Wipper, A.; Schulz, A. (2021):** Digitale Lehre an der Hochschule, Opladen.

Autor:in

Prof. Dr. **Susanne Kruse** lehrt Mathematik, Statistik, Operations Research und Finanzrisikomanagement in den Bachelor- und Masterstudiengängen Wirtschaftsingenieurwesen und International Management der Fakultät für Wirtschaftswissenschaften der Hochschule Karlsruhe – susanne.kruse@h-ka.de
| Foto: privat

Dipl.-Inform. Dipl.-Ing.-Päd. **Martin Mandausch** berät und begleitet Lehrende und Hochschuleinrichtungen bei der Konzeption und Umsetzung von digitalisierten Lehrformaten. Er ist Teamleiter Digitalisierung in der Lehre am Zentrum für Lehrinnovation an der Hochschule Karlsruhe – martin.mandausch@h-ka.de
| Foto: Hochschule Karlsruhe / Tobias Schwerdt



BRITTA FOLTZ

Mathematiklehre mit Herz und Verstand

SYSTEMATISCHER UMGANG MIT EMOTIONEN
UND DER LEHRENDEN-STUDIERENDEN-
BEZIEHUNG

- Emotionen gelten in der Mathematiklehre vielen Dozenten als Störvariablen, die ignoriert werden können oder sogar sollten.
- Die Beziehung zu Studierenden wird selten bewusst mit Blick auf eine Verbesserung der eigenen Lehre gestaltet.
- Der Einfluss von Lehr-Lern-Emotionen auf das Lerngeschehen ist vielfältig und wissenschaftlich belegt, genau wie die Relevanz der Studierenden-Lehrenden Beziehung.
- Das Modell einer professionellen Lehr-Lern-Beziehung, kann in Anlehnung an die therapeutische Allianz entworfen werden.
- Die bewusste Berücksichtigung der Emotionen der Lernenden, schafft ein zusätzliches Steuerelement im Streben nach guter Mathematiklehre an Hochschulen.

Einleitung



Abbildung 1 „Lehre eine emotionsfreie Zone?“
 von www.constructive-amusement.de
 ist lizenziert gemäß CC BY-ND

Hochschullehre soll disziplintypisches, wissenschaftliches Denken und Handeln vermitteln. Nicht nur in der Mathematik schließt dies Objektivität, Sachlichkeit und Logik ein. Deshalb betrachten viele Lehrenden die „Studierenden-Lehrenden-Beziehung“ und „Lern- und Leistungsemotionen“ als eine Art Störvariablen, die kontrolliert werden müssen. An dem einen Ende der Meinungsskala stehen jene, die die Studierenden nicht verzärteln wollen und die Auseinandersetzung mit einem unpersönlichen Hochschulsystem als Teil der Ausbildung ansehen. Am anderen Ende sind Lehrende, die fast freundschaftliche Beziehungen zu den Studierenden pflegen wollen und sogar kleine Geschenke mitbringen. Die Relevanz des Themas belegen diverse Studien, die den Einfluss von Beziehung und Emotionen auf die Studienleistungen und die persönliche Entwicklung der Studierenden aufzeigen (vgl. Camacho-Morles et al., 2021, S. 1051ff; Hagenauer & Volet, 2014, S. 380). Während der Onlinelehre der Corona Pandemie war in großen Veranstaltungen der Kontakt zu Studierenden häufig auf den Chat oder wenige, sichtbare Gesichter reduziert. Lehrende vermissten die Möglichkeit durch (non-)verbale Hinweise, Bedürfnisse der Studierenden erkennen zu können (persönliche Kommunikation mit Lehrenden). Gezeigte Lern- und Leistungsemotionen sind also für diese Lehrenden ein wichtiger Informationskanal, um Feedback zum Erfolg ihrer Bemühungen zu erhalten.

Ein Eingehen auf gezeigte Emotionen und die Gestaltung der Lehrenden-Studierenden-Beziehung findet trotzdem in den seltensten Fällen

systematisch, sondern eher „aus dem Bauch heraus“ statt. Insbesondere der Umgang mit studentischen Reaktionen wie Trauer, Ärger oder Verachtung (z. B. Augenrollen beim Feedback zu einer mangelhaften Hausarbeit) stellt eine wiederkehrende Herausforderung dar, wie Lehrende verschiedenster Disziplinen mir gegenüber äußerten.

Spätestens wenn ein Papierflieger sanft durch den Hörsaal segelt oder ein Studierender mit Tränen in den Augen in der Prüfung sitzt, steht jeder Lehrende vor der Frage, ob und in welchem Maße er sich mit den Gefühlen seiner Studierenden auseinandersetzen muss. Das hat für mich das Bedürfnis nach einer Systematik aufgeworfen, mit der sich die Beziehung zu den Studierenden professionell und lernförderlich gestalten lässt. Auch die Frage, wie mit Emotionen der Studierenden angemessen, zielführend und auf Grundlage der aktuellen Forschungslage umgegangen werden kann, werde ich diskutieren.

Charakterisierung und Wirkung der Studierenden-Lehrenden-Beziehungen

Im folgenden Abschnitt soll ein Einblick in die Forschungslage zu Lern- und Leistungsempfindungen im Hochschulkontext gegeben werden. Dabei wird der Blick auf Schlussfolgerungen für die eigene Lehre gerichtet: Was gestaltet Beziehungen und wie lassen sich Emotionen in der Lehre gezielt einsetzen?

Obwohl in der Forschungsliteratur die Themen „Beziehung“ und „Emotion“ getrennt behandelt werden, möchte ich diese strikte Trennung nicht übernehmen. Denn Beziehungen beeinflussen Emotionen und Emotionen beeinflussen Wertungen, Entscheidungen und damit wieder unsere Beziehungen.

Auf Seiten der Lehrenden bestehen häufig Ängste, die Emotionen der Studierenden nicht nur „schweigend“ zu managen, sondern aktiv mit ihnen zu arbeiten: Sie reichen von schlechten Erfahrungen, dass Zugewandtheit zu einem Missbrauch führen kann, über die Befürchtung, emotional schwierige Situationen noch zu verschlimmern, bis hin zu der Sorge, selbst unprofessionell zu wirken (persönliche Kommunikation mit Lehrenden). „Totstellen“ hilft jedoch auch nicht, denn die Gestaltung der Interaktionen mit den Studierenden beeinflusst das Lernklima, in dem Lern- und Leistungs-Emotionen entstehen. So zeigen diverse Studien, dass die Qualität der Beziehungen von Studierenden zu ihren Lehrenden deren Motivation, ihre soziale Kompetenz, ihr Wohlbefinden

im Allgemeinen, aber auch spezifische Ergebnisse in verschiedenen Bildungskontexten beeinflusst (vgl. Hagenauer & Volet, 2014, S. 380; Komaraju, Musulkin & Bhattacharya, 2010, S. 332ff).

Hagenauer und Volet haben im Rahmen ihrer Forschung ein Schema entwickelt, mit dem Einflussgrößen und Dimensionen der Studierenden-Lehrenden Beziehung analysiert werden können. Wie in Abbildung 2 dargestellt, sind die Interaktionen zwischen Studierenden und Lehrenden die Grundlage ihrer Beziehung. Interaktionen werden durch ihre Häufigkeit und Qualität charakterisiert, wobei unter Interaktionen auch Kontakte wie Mails, Gespräche oder Grüßen auf dem Gang, Fragen nach der Vorlesung oder reguläre Besuche der Sprechstunde zählen.

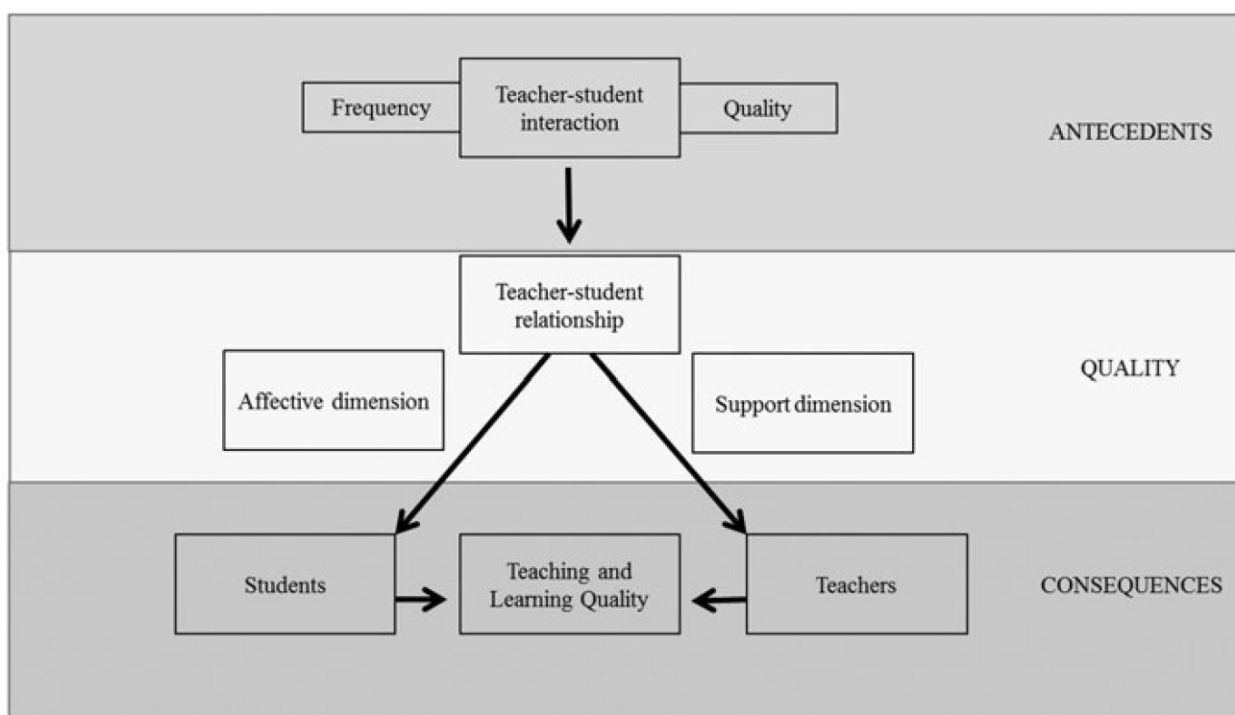


Abbildung 2 Heuristischer Rahmen zur Charakterisierung der Studierenden-Lehrenden Beziehung und ihrer Konsequenzen (Hagenauer und Volet 2014, S. 383)

Die Qualität der Beziehung selbst wird durch die Dimensionen „affektiv“ und „unterstützend“ charakterisiert. Als Teilkonzepte dieser Dimensionen werden Aspekte wie Nähe, Fürsorge, Verbindung, Sicherheit, Vertrauen, Ehrlichkeit, Fairness, Offenheit, Respekt, Unterstützung, Ermutigung, Verfügbarkeit und Ansprechbarkeit genannt (vgl. Hagenauer und Volet 2014, S. 375 ff).

Die Beziehungsqualität ist dabei keine objektiv messbare Größe, wie z. B. die Ergebnisse von Asikainen und Kollegen unterstreichen: Hier beurteilten Lehrende ihre geleistete Unterstützung positiver als es die Studierenden taten (vgl. Asikainen et al., 2018, S. 633). Über das, was notwendig, ausreichend oder hilfreich ist, bestand also kein Konsens. Wie die Bewertung ausfällt, beeinflussen die Wahrnehmungsfilter des Einzelnen. Dazu zählen persönliche Werte, aber auch kontextabhängige Erwartungen, die von der Kultur der jeweiligen Hochschule, der Fachrichtung, der Veranstaltungsform und dem jeweiligen Land geprägt werden.

Wer an seiner Studierenden-Lehrenden-Beziehung arbeiten möchte, der kommt an dem Thema „Metakommunikation“ nicht vorbei, d. h. Interessen, Konflikte und Bedürfnisse müssen adressiert werden können.

Jenseits aller Individualität scheinen Studierende aber eine professionelle Beziehung zu erwarten, die nicht mit Freundschaft verwechselbar sein sollte (Hagenauer & Volet, 2014, S. 377).

Komaraju und Kollegen führen aus, dass Studierende, die ihre Lehrenden als ansprechbar, respektvoll und erreichbar auch außerhalb des Hörsaals erleben, sich ihrer eigenen akademischen Fähigkeiten sicherer fühlen und sowohl intrinsisch als auch extrinsisch stärker motiviert sind (vgl. Komaraju et al., 2010, S. 334 ff). Auch zahlreiche weitere Studien belegen den positiven Einfluss, den die Möglichkeit zu regelmäßigen, positiven formellen und informellen Kontakten zu den Lehrenden auf das Engagement, die Motivation, die Leistungen und selbst die intellektuelle und persönliche Entwicklung und das eigene akademische Selbstkonzept der Studierenden hat (vgl. Woodside et al., 1999; Trolan et al., 2016). Es sind also oft sehr einfache Dinge, die die Beziehung zwischen Studierenden und Lehrenden fördern: Grüßen auf dem Flur, Lächeln, zuverlässiges Beantworten von Anfragen und Mails, Erreichbarkeit in virtuellen oder persönlichen Sprechstunden.

Die größere Herausforderung liegt in der Klärung der Maßstäbe, nach denen die Beziehung von beiden Seiten gemessen werden soll. Ohne Dialog können hier Missverständnisse und unausgesprochene Erwartungen das Lehr-Lern-Klima belasten.

Gleichzeitig empfinde ich die Erkenntnis als wichtig, dass das Streben, ein „idealer Lehrender“ für alle Studierenden zu sein, zumindest in heterogenen Gruppen zum Scheitern verurteilt ist: Strage beschreibt, dass jüngere Studierende ihre idealen Kurse und Dozenten dadurch charakterisieren, dass sie Spaß machen, sich engagieren, weniger anspruchsvoll sind, aktive Unterrichtsstrategien anwenden, während ältere Studierende und nicht traditionelle Studierende ideale Lehrkräfte und Kurse darin sehen, dass sie strenger und seriöser sind und sich die vermittelten Inhalte und Kompetenzen leichter auf die „reale Welt“ anwenden lassen (Strage, 2008, S. 225 ff). Das zeigt, dass es bei einem aktiven Gestalten der Beziehung zu den Studierenden nicht darum gehen kann, es allen recht oder alle „immer glücklich“ zu machen.

Konzept einer professionellen, förderlichen Studierenden-Lehrenden-Beziehung

Wie also lässt sich eine Beziehung zwischen Lehrenden und Studierenden systematisch gestalten, die den Studierenden Zuverlässigkeit, Vertrauenswürdigkeit, Autonomie, Erreichbarkeit, Professionalität und Lösungsorientierung bietet und dabei eine angemessene Distanz und Rollenklarheit wahrt?

In dieser, auf den Lehr-Lernkontext fokussierten Beziehung muss es möglich sein, Anforderungen zu stellen und trotzdem den Menschen wertschätzend zu behandeln. Zudem müssen Lehrende die Kontrolle über Nähe und Distanz behalten, damit sie nicht in Gefahr geraten, die Dynamik der Beziehung aus der Kontrolle zu verlieren. Für die Studierenden muss es möglich sein, in dieser Beziehung Fehler zu machen und aus ihnen zu lernen, ohne ihr Gesicht zu verlieren.

Um ein Beziehungs-Konzept zu entwerfen, möchte ich auf Antworten zurückgreifen, die von einer anderen Berufsgruppe bereits etabliert und die zum Teil ihrer Ausbildungen gemacht wurden. Es ist die so genannte *therapeutische Allianz* zwischen Patienten und Therapeuten, die sich in empirische Studien als so wichtiger Wirkungsfaktor erwiesen hat, dass heute auch andere beratende und coachende Berufsgruppen, sie für sich adaptiert haben (Hentschel, 2005). Da sich ihre Merkmale leicht auf den Lehr-Lern-Kontext übertragen lassen, möchte ich in diesem Artikel die „Lehr-Lern Allianz“ als Modell einer förderlichen, professionellen Studierenden-Lehrenden-Beziehung entwerfen. In Analogie zur therapeutischen Allianz (vgl. Sachse, 2017, S. 261f), lassen sich die wichtigsten Merkmale der „Lehr-Lern-Allianz“ wie folgt zusammenfassen:

- Die Beziehung ist zweckorientiert und dient dazu, den Lernprozess des Studierenden zu unterstützen und zu begleiten. Sie dient keinen anderen sozialen Zwecken oder Zielen.
- Die Beziehung ist befristet und folgt einem überwiegend geplanten Zeitschema.
- Sie ist professionell: Lehrende sind Experten für Ihre Disziplin und die Lösung disziplinspezifischer Probleme. Sie bieten ihre Unterstützung professionell an, sind kein Freund, Partner oder Kollege.
- Die Interaktionspartner nehmen spezifische, unterschiedliche Rollen ein (Lehrender/Lernender), aus denen Erwartungen an das Verhalten entstehen, sowohl an das eigene als auch an das Verhalten des Interaktionspartners.
- Die Kommunikation und Interaktion folgen bestimmten Regeln, die transparent gemacht werden sollten. Sie bestimmen, wie die Beziehung gestaltet wird und wie z. B. Probleme bearbeitet werden sollen.

- Die Beziehung ist so gestaltet, dass von Seiten des Lernenden einerseits Kompetenzvertrauen in den/die Lehrende besteht, andererseits personales Vertrauen, fair/sicher/zuverlässig behandelt zu werden.
- Der Lernende sollte (ein gewisses Maß) an Engagement und Aufnahmebereitschaft für die angebotenen Inhalte und Kompetenzen zeigen.

Diese Art von Beziehung benötigt nach Rogers gewisse „Zutaten“, die er „faciliative conditions“ nennt: Empathie, Kongruenz und „unconditional positive regard“, eine „vorbedingungsfeie Wertschätzung“ (vgl. Rogers, 2009). Sie sind Teil seines Ansatzes des personenorientierten Lehrens und Lernens, der im Hochschulkontext Aufmerksamkeit gefunden hat (vgl. Motsching & Santos, 2006):

- „Unconditional positive regard“ bedeutet, dass Lehrende sich ohne Vorbedingungen auf die Person der Lernenden einlassen, den Menschen wertschätzen und sich für sein Anliegen authentisch interessieren. Das bedeutet für Lernende, dass sie so sein können, wie sie sind und sich nicht verstellen müssen, um ein „besseres Bild“ ihrer Person oder Leistungsfähigkeit zu projizieren.

Eine solche Haltung fördert ein Growth Mindset der Studierenden, das den Glauben an die eigene Fähigkeit sich zu entwickeln ins Zentrum stellt. Mit einem Growth Mindset bewerten Personen Prüfungsergebnisse nicht als Bewertung der eigenen Person, sondern als eine momentane Abbildung ihrer Fähigkeiten. Ein Growth Mindset steht im Gegensatz zum so genannten Fixed Mindset, das Erfolg und Versagen als Ausdruck von persönlichen Eigenschaften wie Intelligenz oder Dummheit wahrnimmt. Ein Fixed Mindset verleitet, Herausforderungen, Fragen und Fehler zu vermeiden, um die angenommenen eigenen Unzulänglichkeiten zu verbergen (vgl. Dweck, 2020, S. 20).

- Kongruenz bedeutet, dass Lehrende auch in herausfordernden Situationen Zugang zu ihren Gefühlen und Gedanken haben, die eigenen Beweggründe reflektieren und so den Interaktionsprozess reflektiert steuern können.

Kongruenz stärkt die Vertrauenswürdigkeit der Person und hilft eindeutige Botschaften zu senden – Körpersprache, innere Haltung und Handlungen stimmen überein.

Zwei Fertigkeiten helfen dabei, als Lehrender kongruent aufzutreten: Erstens die Fähigkeit der Emotionsregulation durch deep acting, z. B. durch die Reduzierung aufkommenden Ärgers durch kognitive Uminterpretation, innere Mantras oder Atemtechniken und zweitens die Fähigkeit, die eigenen Bedürfnisse, Emotionen und Beobachtungen in situationsangemessener Weise anzusprechen. Hier sind Ansätze aus der Gewaltfreien Kommunikation nach Rosenberg zielführend (vgl. Rosenberg, 2016).

- Empathisches Verstehen bedeutet „den inneren Bezugsrahmen des anderen möglichst exakt wahrzunehmen, mit all seinen emotionalen Komponenten und Bedeutungen, gerade so, als ob man die andere Person wäre, jedoch ohne jemals die ‚als ob‘-Position aufzugeben (Rogers, 2009, S. 37). Unser spiegelneuronales Netzwerk sorgt völlig ohne unser Zutun dafür, dass wir Hinweise auf Stimmungen und Emotionen wahrnehmen und uns einfühlen. Allerdings kann zu viel Mitgefühl die eigenen Ressourcen angreifen und mehr innere Nähe erzeugen als hilfreich oder wünschenswert ist.

Ein Ausweg ist die so genannte kognitive Empathie, das gedankliche Nachvollziehen von Emotionen, Motiven und Gedanken anhand von Beobachtungen in Mimik und Verhalten. – Ein tatsächlicher Perspektivwechsel also, der auf das explizite Mitfühlen verzichtet. Kognitive Empathie hilft sowohl Lernenden also auch Lehrenden: Das Verhalten von Therapeuten wird dann als besonders hilfreich empfunden, wenn die Therapeuten sich selbst emotional wenig in die Probleme der Klienten einbringen (vgl. Bechtoldt et al., 2019, S. 125). Kognitive Empathie kann nachweislich durch gezieltes Training geschult werden.

Umsetzbarkeit und Erfahrungen mit der Lehr-Lern-Allianz

Die Beziehungsgestaltung auf Grundlage dieses Modells der Lern-Lern-Allianz bedarf einerseits einer bewussten Entscheidung, die entsprechende Haltung den Studierenden gegenüber zu leben. Andererseits ist ein gewisses Maß an Kommunikations- und Empathietraining empfehlenswert, um den notwendigen Perspektivwechsel zu vollziehen und in der Rolle des Lehrenden aktiv die Studierenden-Lehrenden-Beziehung gestalten zu können. Letzteres ist sicher ein Hindernis, lohnt aber, wie die Ergebnisse von Kordts-Freudinger belegen:

“For the first time the study found relations between the student-oriented approach and several empathy subscales (perspective taking, empathic concern, and personal distress). The more the teachers described themselves as being able to take over another person’s perspective, the stronger they felt positive emotions towards others. The less they felt negative emotions towards others, the stronger their student orientation in their teaching” (Kordts-Freudinger, 2017, S. 225).

Lehr- und Leistungsemotionen in der Lehre

Antonio Damasio unterscheidet zwischen der Emotion, als der Summe aller physiologischen Reaktionen auf einen Reiz, und den Gefühlen, als der Interpretation dieser Körperreaktionen (vgl. Damasio, 1995, S. 156 ff). Eine große Rolle bei der Entstehung von Emotionen spielen die vier empirisch gut belegten Grundbedürfnisse des Menschen, die als „Soll-Ziele“ in unterschiedlich starker Ausprägung das Handeln jedes Menschen beeinflussen (vgl. Grawe, 2000):

- Das Bedürfnis nach Orientierung und Kontrolle
- Das Bedürfnis nach Bindung
- Das Bedürfnis nach Lustgewinn und Unlustvermeidung
- Das Bedürfnis nach Selbstwerterhöhung

Kann ein Bedürfnis in einer Lehr-Lern-Situation nicht in der angestrebten Weise erfüllt werden, dann entstehen unangenehme Emotionen, wie Ärger, Trauer, Angst, Zweifel oder Verachtung. Sie sind Hinweisgeber auf einen entsprechenden Änderungsbedarf.

Selbstverständlich sind Emotionen nur eine Einflussgröße der Lernleistung: Weitere Bedingungen rund um die Lernleistung an Schule und Hochschule sind das Vorwissen bzw. das Niveau der bereits erworbenen Kompetenzen, motivationale Variablen, kognitive Fertigkeiten, die Fähigkeit zu selbstgesteuertem Lernen und zur Nutzung von Lernstrategien, verschiedene Facetten des Selbstkonzepts, die subjektiv wahrgenommene Lehrqualität sowie epistemologische Überzeugungen (vgl. Schiefele et al., 2003). Trotzdem haben Emotionen weitreichende Folgen für viele Studierende: Interesse und Hoffnung oder Angst und Ärger können die Wahl von Vertiefungsrichtungen und damit ganze Lebensläufe bestimmen, wie Beratungsgespräche immer wieder offenbaren. Und Langeweile führt dazu, dass ganze Vorlesungen verpasst werden. Die Beziehung zwischen Emotionen und der akademischen Leistung ist dabei jedoch nicht so „geradeaus“, wie man sich erhoffen würde. So finden Barroso und Kollegen in ihrer Meta-Analyse z. B. heraus, dass Matheangst zwar im Allgemeinen mit schlechteren Leistungen einhergeht, die Stärke dieses Zusammenhangs aber von diversen Einflussgrößen abhängt:

“The present meta-analysis finds a robust association between math anxiety and math achievement, indicating that people who report higher feelings of anxiety toward math tend to have lower math achievement. The relation is weaker for people at certain grade levels (Grades 3 through 5 and college students), depends on the scales used to measure math anxiety, is stronger for math anxiety compared to statistics anxiety, and is weaker for math exam grades and for low math ability samples.” (Barroso et al., 2021, S. 3)

Auch in der Meta-Analyse von Camacho-Morles und Kollegen wird diese Komplexität deutlich.

Zusammenfassend sehen sie als Fazit in ihrer Metastudie einen positiven Zusammenhang zwischen aktivitätsbezogener Freude am Lernen und der akademischen Leistung, wogegen sie einen negativen Zusammenhang von Leistung mit tätigkeitsbezogener Langeweile bzw. Ärger festgestellt haben (vgl. Camacho-Morles et al., 2021). Diese Tendenzen gelten aber durchaus nicht uneingeschränkt. So schreiben sie:

“While the vast majority of studies report a moderate positive correlation between enjoyment and achievement, as it facilitates the use of flexible learning strategies and increases motivation and effort [...], there is also a significant amount of research evidence suggesting no correlation or even negative relations” (Camacho-Morles et al., 2021, S. 1055).

Selbst Freude beim Lernen ist also nicht immer nur hilfreich. Eine Erklärung für so ambivalente Ergebnisse liefert die Hypothese, dass negative genau wie positive Emotionen eine höhere Verarbeitungspriorität erhalten und aufgabenbezogene Verarbeitungsressourcen beanspruchen können – sie lenken dann ab. Die Ergebnisse von Meinhardt und Pekrun belegen dies (Meinhardt & Pekrun, 2003).

Selbst die Lernemotion Langeweile wird nicht nur mit negativen Lernergebnissen in Verbindung gebracht. So wird in diversen Studien gezeigt, dass sie Aufmerksamkeit, Motivation und Engagement während der Lern- oder Leistungstätigkeit untergräbt. Andererseits gibt es auch Belege dafür, dass sie durch die Anregung zu kreativen Prozessen und zur Reflexion leistungssteigernd wirken kann (Camacho-Morles et al., 2021).

Im Auge behalten sollten Lehrende auch immer den Cross Over Effekt: Emotionen wirken ansteckend. Becker und Kollegen haben ihn im Hochschulkontext nachweisen können: „Furthermore, teachers’ and students’ emotions are significantly related, above and beyond teachers’ instructional behavior” (Becker et al., 2014, S. 22).

Lern- und Leistungseemotionen in der eigenen Lehre berücksichtigen

Wie also kann ein Konzept für das Eingehen auf gezeigte Lern- und Leistungseemotionen in der Mathematiklehre im Hochschulkontext aussehen? Im Folgenden werden vier Handlungsempfehlungen erläutert, die sich für mich in der Praxis, sowohl in kleinen wie auch in großen Veranstaltungen, bewährt haben.

- Genaue Beobachtung und Flexibilität sind die Grundlage einer Integration der studentischen Lehr-Lern-Emotionen in die eigene Lehre.

Ein festes Wenn-Dann-Konzept erscheint mir nicht zulässig, da sowohl positive als auch negative Emotionen situativ abhängig die Leistung der Studierenden steigern oder herabsetzen können.

- Methoden, die auf eine starke emotionale Beteiligung setzen, müssen in ihrer Wirkung immer sorgsam beobachtet werden.

Denn sie können zu starke positive oder negative Emotionen wecken, wenn z. B. bei Studierenden Grundbedürfnisse verletzt oder ein Fixed Mindset herausgefordert werden. Beispielsweise wird der Einsatz von Wettkampfelementen in einigen Studierenden Freude, Ehrgeiz und Stolz auslösen. Studierende, deren überwiegendes Bedürfnis im Bereich Ordnung/Kontrolle oder Zugehörigkeit liegt, werden in einem solchen Setting eher mit negativen Emotionen zu kämpfen haben, wie Sorge, Unsicherheit oder Versagensangst. Die Leistung beider Gruppen kann durch die höhere Verarbeitungspriorität starker Emotionen leiden. Auch die gängige Praxis Erstsemester vor hohen Durchfallquoten in den Grundlagenfächern zu warnen, um sie zu größerem Engagement zu bewegen, muss hinterfragt werden. Angst und Sorge können tendenziell negativ auf die Leistung der Studierenden wirken, da sie zu Grübeln über nicht fachrelevante Inhalte genau wie zu Surface Learning verleiten.

- Störungen gehen vor: Negative Emotionen, wie Ärger, Langeweile oder Angst im Hörsaal oder in anderen Leistungssituationen sollten auf jeden Fall adressiert werden. Denn sie verhindern Deep Learning und zudem wirken Emotionen ansteckend. Der Cross Over Effekt kann dazu führen, dass die Stimmung in der ganzen Veranstaltung kippt, wenn es eine Gruppe von Studierenden gibt, die demonstrativ ihre negativen Emotionen zeigen. Zudem wird diese Gruppe, vermutlich wenig aus der Veranstaltung mitnehmen. Wie der Umgang mit den negativen Lern- und Leistungsemotionen aussehen kann, hängt dabei stark vom Setting ab und dem Ziel, das verfolgt wird. Eine Möglichkeit ist es, die Personen, die die negativen Gefühle so offen demonstrieren, auf ihr Verhalten anzusprechen. Ziel ist es, die Störung – zumindest für die anderen Studierenden – abzustellen und auszuloten, was den verärgerten/sorgenvollen/gelangweilten Personen fehlt. Folgendes Schema hat sich hierbei als sehr nützlich erwiesen – an einem recht extremen Beispiel demonstriert:

1. Beobachtung (nicht Interpretation) schildern:
„Sie werfen Papierflieger...“
2. Auswirkung aufzeigen:
„Damit lenken Sie die anderen Studierenden ab...“
3. Eigenes Gefühl (optional) und Bedürfnis benennen:
„(Das ärgert mich.) Mir ist es wichtig, dass Sie etwas aus der Veranstaltung mitnehmen.“
4. Lösungsvorschlag:
„Deshalb schlage ich vor, Sie verlassen jetzt den Raum und wir treffen uns nach der Veranstaltung, um zu besprechen, was Sie brauchen, um hier gut mitzuarbeiten“

- Wer die generalisierten Auslöser von Emotionen kennt, kann leichter darauf eingehen. Denn diese Trigger helfen, Thesen über die Ursache der gezeigten Emotionen zu formulieren. In Tabelle 1 finden Sie eine Auflistung typischer Lern-Leistungsemotionen, ihren Auslöser und Ihre Funktion (Dirk W. Eilert, 2020). In der vierten Spalte habe ich Fragen aufgelistet, die helfen, in der Lehr-Lern-Situation zu entscheiden, wie ich mit den gezeigten Emotionen umgehen kann oder sollte. Da beispielsweise ein Trigger von Ärger die verhinderte Zielerreichung ist, frage ich mich zunächst: Was wollte der/die Studierende eigentlich erreichen? Was steht ihm oder ihr im Weg und kann dann direkt auf dieses Bedürfnis eingehen, statt mich mit dem gezeigten Ärger auseinander zu setzen.

Emotion	Auslöser	Funktion	Frage an die Lehr-Lern Situation
Ärger	Verhinderte Zielerreichung / Unrecht / Wertverletzung	Hindernis beseitigen	Ärger: Welches Hindernis gibt es? Gibt es eine Ungerechtigkeit in den Augen der Person? Was braucht dieser/diese Studierende, um sein/ihr Ziel zu erreichen?
Trauer/ Hoffnungslosigkeit	Verlust von etwas subjektiv Wertvollem	Hilferuf / Wiedererlangung von Ressourcen	Welcher Verlust steht im Vordergrund? Was braucht die Person, um sich in der Situation fangen zu können?
Freude	Wunscherfüllung / Zielerreichung	Kooperation/ Zukunftsmotivation	Welche Ziele/Wünsche wurden erreicht?
Interesse	Etwas ist neu und spannend	Exploration/ kreative Entwicklung	Was ist spannend?
Überraschung	Etwas ist neu und unerwartet	Informationsgewinn / Reorientierung	Welche Informationen werden benötigt und fehlen?
Angst	Subjektiv wahrgenommene Bedrohung	Abwehr von Schaden	Wodurch fühlt sich das Gegenüber bedroht?

Tabelle 1 Auslöser und Funktion der Basisemotionen (Eilert, 2020)

Fazit

Lern- und Leistungseemotionen sind ein wichtiger Bestandteil des Lernens und Lehrens, gerade in der Mathematik mit ihren herausfordernden Problemstellungen und Aufgaben. Emotionen können dabei die Leistung fördern oder ihr im Weg stehen. Letztlich muss immer der Kontext und der Auslöser der Emotion beachtet werden und jede starke Emotion zieht Ressourcen vom Arbeitsgedächtnis ab, so dass weniger Kapazität für die Lehrveranstaltung übrigbleibt. Zusätzlich spielt die Beziehung zu den Lehrenden eine wichtige Rolle für den Lernerfolg der Studierenden und sogar für Ihr akademisches Selbstbild. Damit stellt sich uns als Lehrenden die Aufgabe, mit den Emotionen unserer Studierenden zu arbeiten und die Beziehung zu ihnen aktiv und lernförderlich zu gestalten. Die hier vorgestellten Ideen begleiten mich seit langem durch meinen Lehralltag und prägen meine Interaktion mit den Studierenden. Für mich hat sich dies als große Bereicherung erwiesen und ich mag dazu einladen, dieses ungewohnte Gebiet der Emotionen nicht länger aus unseren Hochschulen auszusperren. Um es mit Antonio Damasio zu sagen: Emotionen und Gefühle sind keine Eindringlinge im Reich der Vernunft. Emotionen und Ratio sind zu unserem Nach- und Vorteil miteinander verflochten (vgl. Damasio, 1995, S. 17).

Literatur

- [1] **Asikainen, H.; Blomster, J.; Virtanen, V. (2018):** From functioning communality to hostile behaviour: students' and teachers' experiences of the teacher–student relationship in the academic community. *Journal of Further and Higher Education*, 42 (5), S. 633–648.
- [2] **Barroso, C.; Ganley, C. M.; McGraw, A. L.; Geer, E. A.; Hart, S. A.; Daurcourt, M. C. (2021):** A meta-analysis of the relation between math anxiety and math achievement. In: *Psychological Bulletin* 147 (2), S. 134–168.
- [3] **Bechtoldt, M. N.; Beersma, B.; van Kleef, G. A. (2019):** When (not) to empathize: The differential effects of combined emotion recognition and empathic concern on client satisfaction across professions. *Motivation and Emotion*, 43, S. 112–129.
- [4] **Becker, E. S.; Goetz, T.; Morger, V.; Ranellucci, J. (2014):** The importance of teachers' emotions and instructional behavior for their students' emotions – An experience sampling analysis. *Teaching and Teacher Education*, 43, S. 15–26.

- [5] **Woodside, B.M.; Wong, E. H.; Wiest D. J. (1999):** The Effect of Student-Faculty Interaction on College Students' Academic Achievement and Self Concept. *Education* 3-13 119 (1999): S. 730.
- [6] **Camacho-Morles, J.; Slemp, G. R.; Pekrun, R.; Loderer, K.; Hou, H.; Oades, L. G. (2021):** Activity Achievement Emotions and Academic Performance: A Meta-analysis. *Educational Psychology Review*, 33 (3), S. 1051–1095.
- [7] **Damasio, A. R. (1995):** Descartes' Irrtum: Fühlen, Denken und das menschliche Gehirn (German Edition). Berlin. Kindle-Version.
- [8] **Eilert, D. W. (2020):** Körpersprache entschlüsseln & verstehen. Die Mimikresonanz-Profibox. Paderborn.
- [9] **Dweck, C. (2017):** Mindset: Changing the Way You Think to Fulfil Your Potential. Updated Edition. London.
- [10] **Grawe, K. (2000):** Psychologische Therapie. 2., korrigierte Aufl. Göttingen.
- [11] **Hagenauer, G.; Volet, S. E. (2014):** Teacher-student relationship at university: an important yet under-researched field. *Oxford Review of Education*, 40 (3), S. 370–388.
- [12] **Hentschel, U. (2005):** Die Therapeutische Allianz. *Psychotherapeut*, 50 (5), S. 305–317.
- [13] **Komarraju, M.; Musulkin, S.; Bhattacharya, G. (2010):** Role of Student-Faculty Interactions in Developing College Students' Academic Self-Concept, Motivation, and Achievement. *Journal of College Student Development*, 51 (3), S. 332–342.
- [14] **Kordts-Freudinger, R. (2017):** Feel, think, teach – Emotional Underpinnings of Approaches to Teaching in Higher Education. *International Journal of Higher Education*, 6 (1), S. 217–229.
- [15] **Meinhardt, J.; Pekrun, R. (2003):** Attentional resource allocation to emotional events: An ERP study. *Cognition and Emotion*, 17 (3), S. 477–500.
- [16] **Motschnig R.; Santos, A. M. (2006):** The Person Centered Approach to Teaching and Learning as Exemplified in a Course in Organizational Development. In: *Zeitschrift für Hochschulentwicklung ZFHE* 1 (4), S. 5–30.
- [17] **Rogers, C. R. (2009):** Eine Theorie der Psychotherapie, der Persönlichkeit und der zwischenmenschlichen Beziehungen. 1. Aufl. München.
- [18] **Rosenberg, M. B. (2016):** Gewaltfreie Kommunikation. Eine Sprache des Lebens. 1st ed. Paderborn.
- [19] **Sachse, R. (2017):** Perspektiven der therapeutischen Beziehungsgestaltung. In: Hermer (Hrsg.): *Psychotherapeutische Perspektiven am Beginn des 21. Jahrhunderts*. Tübingen, S. 157–176.

- [20] **Schiefele, U.; Streblow, L.; Ermgassen, U.; Moschner, B. (2003):** Lernmotivation und Lernstrategien als Bedingungen der Studienleistung. Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 17 (3/4), S. 185–198.
- [21] **Strage, A. (2008):** Traditional and Non-Traditional College Students' Descriptions of the „Ideal“ Professor and the „Ideal“ Course and Perceived Strengths and Limitations. College Student Journal, 42 (1), S. 225–231.
- [22] **Trolan, T. L.; Jach, E. A.; Hanson, J. M.; Pascarella, E. T. (2016):** Influencing Academic Motivation: The Effects of Student–Faculty Interaction. Journal of College Student Development, 57 (7), S. 810–826.

Autorin

Dr. **Britta Foltz** lehrt Mathematik und allgemeine Kompetenzen am Fachbereich Bauingenieurwesen der Fachhochschule Aachen. Sie engagiert sich als ausgebildeter Coach und Mediatorin als Vertrauensdozentin – foltz@fh-aachen.de
| Foto: privat



INNA MIKHAILOVA

Lehrende als Lernende

- Warum ich meine Lehre ändern wollte.
- Wie ich neue Methoden lerne: tue ich das, was ich als Lehrende von meinen Studierenden verlange?
- Abschied von der Idee des perfekten Inputs: Vergleich zwischen Lehre und Control-Theorie.

Was macht das Studium schwer?

Ich erinnere mich aus meinem Mathematik-Studium an den übermäßig strengen, pingeligen Formalismus und an den hohen Abstraktionsgrad ohne anschauliche Beispiele. Deswegen sagte ich am Anfang meiner Lehrer-Karriere: das will ich ändern!

Ich dachte, ich ersetze die trockenen Definitionen durch intuitiv verständliche Bilder. Dann wird es meinen Studierenden besser gehen als mir. Mein Moto war: „Mathematik ist nicht kompliziert, es wird nur kompliziert unterrichtet“.

Die ersten Klausuren brachten aber zunächst eine Ernüchterung. All die intuitiven Bilder haben nicht geholfen. Das Merkwürdigste war, dass die Studierenden meiner Meinung nach eher die komplexen, als die einfachen Schritte beherrschten. Meine Versuche, die komplizierten Rechnungen in den Klausuren zu vereinfachen, gingen regelmäßig schief. Wenn ich z.B. eine Ebene durch Null wählte, so dass in der Formel $\vec{x} = \vec{x}_0 + s\vec{a}_1 + t\vec{a}_2$ der Term $\vec{x}_0$ wegfiel, wusste die Hälfte nicht wie sie weitermachen kann, anstatt $\vec{x}_0 = \vec{0}$ zu nehmen. Genauso schlecht war die Idee, die Parameterwerte auf 1 zu setzen. Z.B. in einer Aufgabe $\sin t$ zu nehmen, während in der Formelsammlung $\sin(\omega t)$ steht. Auch hier stellte sich heraus: $\sin(3t)$ wäre für die Studierenden weniger schwierig.

Das war für mich absolut unerklärlich. Wenn man vor einem Problem steht, das man weder verstehen noch lösen kann, kann es leicht passieren, dass man anfängt, die vermeintlichen Ursachen zu hassen. Manche Schüler fangen an Mathematik und die Mathematik-Lehrer zu hassen und manche Lehrende hassen im Gegenzug die Studierenden, das Bildungssystem oder doch auch die Mathematik. Zum Glück lernte ich rechtzeitig, einige wunderbare, erfahrene Kollegen kennen. Sie investieren Zeit und Energie, um die Probleme zu verstehen und den Problemen das Positive abzugewinnen. Ich bin meinen Mentoren sehr dankbar und ich möchte meine Erfahrungen hier zusammenfassen, weil ich gelernt habe, wie wichtig das Feedback ist.

Lerne ich neue Methoden so, wie ich es von meinen Studierenden verlange?

Bei der Anmeldung zu einer Weiterbildung war meine Skepsis recht groß. Ich fürchtete, es kommt etwas Pädagogisch-Abstraktes auf mich zu - etwas, das man nicht anwenden kann. Diese anfängliche Skepsis war erst überwunden, als sich herausstellte, dass die Leiter des Kurses selbst aktive Professoren in MINT Fächern waren (damals traute ich nicht den Psychologen, Coaches oder Theoretikern aus einem Didaktik-Zentrum). Und nach einer Stunde im Kurs war ich von den Methoden überzeugt. Entscheidend dafür war vor allem, dass meine Ausbilder mich mit den

Methoden, die sie mir beibringen wollten, auch unterrichtet haben. Ich durfte die Wirksamkeit in der Rolle der Lernenden erleben. Und je mehr ich von meinen Mentoren lernte, desto mehr bemerkte ich: wenn ein Professor etwas lernen will, verhält er sich nicht so viel anders als der von ihm kritisierte Student.

Die Liste der Ähnlichkeiten ist lang, und wir können mit dem anfangen, was ich gerade beschrieben habe: Ablehnen des Abstrakten.

Meine Furcht vor Didaktik ist vermutlich ähnlich zur Furcht eines Ingenieur-Studierenden vor Mathematik-Theorie. Es ist ein Misstrauen gegenüber jemand, der nicht im gleichen Bereich tätig ist, dessen Sprache man nicht versteht. Im Hinterkopf fürchtet man vermutlich, unnötig seine Zeit zu verlieren. Unseren Studierenden sagen wir, sie sollen abstraktes Denken lernen, damit sie selbstständig Transfer-Aufgaben hinbekommen. Aber was sind die didaktischen Transfer-Aufgaben für Lehrende, wo abstrakte Lerntheorie nötig ist? Ich denke, das sind auch wichtige Fragen für die hochschuldidaktische Weiterbildung, weil das Ablehnen der abstrakten Didaktik nicht nur meine Attitüde ist, sondern auch die von vielen Kollegen.

Ablehnen des Abstrakten

Nachdem ich von den Peer Instruction- und Just-In-Time-Teaching-(JITT)-Methoden (Kautz, 2016) schnell überzeugt war, hatte ich nur noch eine Frage im Kopf: wo sind die Materialien, die ich direkt für meinen Kurs übernehmen kann?

Musterlösung kopieren

Meine Ausbilder hatten keine Vorlesungsunterlagen veröffentlicht und so setzte ich mich ans Übersetzen der Konzeptfragensammlung aus der Carroll-University (Cline, 2009). Es sind sehr viele gute Konzeptfragen dabei, und die Autoren haben mir erlaubt diese zu nutzen. Allein passten viele Fragen nicht zu meinem Kurs und meinen Studierenden. Ich hakte noch einmal bei meinen Mentoren nach, ob ich denn nicht ihre Unterlagen bekommen könnte und langsam dämmerte es mir: ich verhalte mich genauso, wie meine Studierenden, die, statt die Aufgaben zu lösen, im Internet nach Lösungen suchen.

Natürlich sollen Lehrende die Unterrichtsmaterialien teilen und wiederverwenden dürfen. So wie es etablierte Aufgabensammlungen und Lehrbücher gibt, soll es unbedingt auch Sammlungen der gelungenen Peer-Instruction-Fragen in deutscher Sprache geben. Das würde meiner Meinung nach die Einstiegschwelle niedriger machen und die Verbreitung der Methode begünstigen. Aber es stimmt auch, was wir unseren Studierenden sagen: Wenn man nur die Lösung kopiert, ohne den Lösungsweg selbst zu durchlaufen, hat man die wichtigsten Fähigkeiten nicht gelernt.

Der Formulierung einer guten Peer-Instruction-Frage geht eine tiefe Analyse voraus: wo genau liegen die Probleme meiner Studierenden, was könnten die Ursachen dieser Probleme sein, wie genau kann ich mit meiner Frage die Ursachen differenzieren? Wenn man durch Copy-Paste diesen Schritt übersprungen hat, hat man nicht gelernt, seine Lehre zu analysieren. Mehr als das – man versteht sogar den richtigen Wert der Fragen manchmal nicht. An dem Punkt hat mir der Decoding-Arbeitskreis geholfen. Nicht nur das klärende Decoding-Interview, sondern bereits der Prozess des Formulierens eines Bottelnecks (hartnäckige, immer

wieder unverstandene Stelle im Lernstoff, siehe (Palfreyman, 2019, S.28-41)) ist wertvoll und nicht trivial. Dabei fällt mir das besonders schwer, was ich von meinen Studierenden verlange: Zusammenhänge zu sehen.

Es ist schwer, Zusammenhänge zu sehen

Eine der schwierigen Stellen in meinem Lernstoff ist die folgende: ich wünsche mir, dass meine Studierenden die Ableitung als Werkzeug sehen, mit dem man eine komplizierte Kurve lokal durch eine gerade Linie ersetzen kann (dabei liefert die Ableitung die Steigung dieser Linie). Stattdessen ist die Ableitung für viele meiner Studierenden ein magischer Trick, mit dem man aus x^3 irgendwie $3x^2$ macht, um Extremwerte zu suchen. Bei der Besprechung dieses Bottlenecks fragten mich meine Mentoren, ob meine Studierenden mit dem Begriff „Steigung einer Geraden“ und „Proportionalität“ klarkommen. Zurück in meiner Lehrveranstaltung habe ich mit ein paar Multiple-Choice-Fragen festgestellt – tatsächlich liegen die Probleme nicht nur beim Grenzwert, den man für Bildung der Ableitung braucht, sondern tiefer. Die Steigung ist durchaus nicht so ein trivialer Begriff wie es mir zunächst vorkam und die grundlegende Idee der Proportionalität ist auch nicht verinnerlicht. Im Nachhinein musste ich mich fragen, warum ich nicht allein darauf gekommen war. Es heißt doch in allen Didaktikbüchern, man soll das Problem in grundlegenden Begriffen suchen. Aber auch wir Lehrende verinnerlichen etwas, das man uns sagt, erst, wenn wir aus eigenen Fehlern lernen. Das Staunen über studentische Schwierigkeiten bei einfachen Schritten, die ich am Anfang beschrieben habe, hat sich mit der Zeit zur Gewissheit transformiert: fast immer liegen die Probleme nicht im aktuellen Lernstoff, sondern ein Stockwerk tiefer, egal wie einfach die Grundlagen einem selbst vorkommen.

Auch als Lehrende lernt man mehr als reines Wissen

Wir haben in den letzten zwei Punkten über die für SOTL wichtigen Fähigkeiten geredet. Fachlich und methodisch hat die SOTL Community viel zu bieten: Peer Instruction, (Riegler, 2019), Just In Time Teaching (Riegler, 2012, S. 51–57), Decoding (Riegler, 2019, S.3-7), Constructive Alignment. Nicht weniger wichtig ist, dass man viel im Sozialen und Persönlichen dazu lernt. Genauso wie wir es unseren Studierenden zu sagen pflegen: man lernt mehr als reines Wissen! Z.B. habe ich beim Decoding die Fähigkeit gelernt, negative Beobachtungen in positive Ziele umformulieren zu können. Statt sich über die Fehler der Studierenden aufzuregen, formuliere ich, was genau die Studierenden können sollen. Oft stelle ich dabei fest, dass ich ein solches Ziel überhaupt nicht explizit in meinem Kurs adressiere. In letzter Zeit sage ich auch zu meinen Familienmitgliedern viel öfter: „Ich möchte, dass...“ anstatt „Warum hast Du schon wieder ...“. Das Formulieren der positiven Ziele muss man trainieren. Nach Muskel-Training hat sich auch das Gehirn-Training mit Sudoku und Memory etabliert, einzig das soziale Verhalten wird weiterhin nicht geübt und trainiert, sondern als gegeben oder nicht gegeben angesehen. Dabei brauchen gerade die Lehrenden hier ein regelmäßiges Training. Durch die ungleiche Rollenverteilung zwischen Lehrenden und Studierenden ist das Risiko recht groß, dass das zwischenmenschliche Verhalten in eine Schieflage gerät. Beim kollegialen Austausch, insbesondere wenn man darauf achtet, dass man alle Kollegen als gleichwertige Experten betrachtet, kann man nochmals üben, was zu einer Kommunikation auf Augenhöhe gehört: das Zuhören, das Verstehen wollen, sich verständlich machen wollen. In der Lehrenden-Rolle tendiert man leider dazu, Kommunikationsprobleme auf die Seite der Studierenden einzuordnen. Das Verständnis dafür, dass Kommunikation per se schwierig

ist, wird durch SOTL nochmal geschärft und diese positive Wirkung der Community sollte man nicht außer Acht lassen.

Zum Schluss kommen zwei Punkte zur Motivation, und auch hier geht es den Lehrenden nicht viel anders als den Studierenden.

In der Lehrtätigkeit sind Vorlesungen und Übungen ein Produkt, wofür es eine direkte Belohnung als Lehrdeputat gibt. Nachdem ich überlegt habe, wie viele „freiwillige“ Aufgaben ich mache (wie Constructive Alignment oder Decoding), habe ich mich entschieden, dass ich nie wieder mit erhobenem Finger mich über Studierende aufrege, die nur das „Überlebens-Minimum“ an Aufgaben machen. So viel Ehrlichkeit muss sein.

Es werden nur die Aufgaben gemacht, für die es eine Belohnung gibt

Wo extrinsische Motivation fehlt, da hilft nur die intrinsische. Vor zwei Jahren war ich nicht bereit, die Zeit in die Umstellung meiner Kurse auf die JITT-Methode zu investieren. Deswegen machte ich nur ein paar wenige Themen in JITT Format und fuhr nach den Weihnachtsferien mit klassischer Vorlesung + Peer Instruction fort. Nach der ersten Vorlesung stellte ich aber fest – ich kann nicht mehr so unterrichten wie früher!

Mir ging es so, wie einem Brillenträger, dem seine neue Brille wieder abgenommen wurde, oder dem Gehörlosem sein neues Hörgerät. Bei der JITT-Methode haben die Studierenden die Möglichkeit dem Lehrenden vor der Vorlesung die Fragen zum Stoff zukommen zu lassen (Riegler, 2012, S. 51–57). Das macht die Studierende sichtbar und hörbar. Und zwar nicht nur die einzelne aktive Studierende, sondern die ganze dunkle und stille Masse. Die Fragen der Studierenden sind interessant und lehrreich. Ich stellte fest, dass meine Studierenden nicht nur Mängel haben, wo ich sie nicht vermutete (das kann man auch mit Peer-Instruction-Fragen herausfinden), sondern dass ich sie teilweise unterschätze und sie sich Gedanken darüber machen, wo ich zu sorglos und nicht genug mathematisch korrekt war. Um in dem darauffolgenden Semester wieder „sehen und hören“ zu können, habe ich meinen Perfektionismus abgelegt und einen nicht ganz nach den Regeln der Kunst gemachten JITT-Kurs vorbereitet. Die Aussicht nicht wieder einer schweigenden Masse gegenüberzustehen, war motivierend genug. Es war dann auch sehr schönes Gefühl die Fragen, Gedanken, Probleme der Studierenden besser zu kennen.

Diese Belohnung kommt für mich nach einem langen Weg (ich habe 2014 mit der Lehre angefangen) und ich bin noch weit davon entfernt, die Probleme in meiner Lehre als gelöst anzusehen. Nun muss ich mich selbst wieder an das erinnern, was ich meinen Studierenden sage: manchmal ist es deutlich wichtiger, die richtigen Fragen zu stellen, so dass es nicht so schlimm ist, dass man die Antwort auf diese schwierigen Fragen nicht selbst findet.

Eine für mich ungelöste Frage bleibt beispielsweise das Festlegen des richtigen Abstraktionsniveaus in meiner Veranstaltung „Mathematik für Mechatroniker“. Am Anfang dieses Essays habe ich erwähnt, dass 1) ich alles Abstrakte nach Möglichkeit aus meiner Vorlesung vertrieben habe und 2) meine Studierenden nicht in der Lage sind Null und Eins zu sehen dort, wo sie es gebrauchen könnten, d.h. sie sind oft nicht gewohnt, statt a auch $a+0$ oder $a \cdot 1$ sehen, falls es notwendig ist. Ich glaube, es

Fragen sind manchmal wichtiger als Antworten

könnte ein Zusammenhang zwischen 1) und 2) bestehen. Als Mathematiker hat man ein stark verinnerlichtes Verständnis von Null und Eins als Elemente mit den Eigenschaften $a + 0 = a$ und $1 \cdot a = a$, weil man es in vielen z.T. sehr abstrakten Kontexten der Gruppe, des Ringes usw. geübt hat.

Auch an anderen Stellen taucht immer wieder die gleiche Frage auf: bringe ich die Tiefe des Verständnisses mit Hilfe der Abstraktion hinein oder belasse ich es bei dem einfachen Hinweis „hier machen es die Mathematiker so, mach es also bitte auch“. Das Letztere hat man bereits in der Schule erfolglos gemacht und für das erste fehlt leider zu oft die Zeit. Aber wie gesagt, bin ich weit davon entfernt, alle Probleme lösen wollen. Wir Lehrende sollen es meiner Erfahrung nach viel mehr schätzen, wenn wir die Probleme überhaupt zu Sprache bringen können. Beim Decoding habe ich es schon erlebt, dass die Formulierung des Bottlenecks von seinem Entdecker nur als Zwischenschritt gesehen wird, kein wertvolles Ergebnis. Wenn anschließend keine Lösung gefunden wird, kommt eine maßlose Enttäuschung. Dabei sind die Probleme tatsächlich so komplex, dass man nicht zu viel auf einmal wollen soll.

Vielleicht merkt der Leser, dass ich von meiner anfänglichen Einstellung „Mathematik ist nicht kompliziert“ nun zu der Einsicht gekommen bin, dass mein Fach doch sehr kompliziert ist. Die zweite entscheidende Entwicklung in meiner Lehre ist, dass ich nicht mehr darauf ausgerichtet bin, mein „tolles“ Verständnis der Mathematik den Studierenden mit Anwendungen und Bildern zu zeigen. Ich möchte vielmehr aufspüren, was die Studierende verstehen und was nicht und warum. Diese Transformation in meiner Einstellung möchte ich im Abschluss genauer beschreiben.

Übergang von einer statischen zu einer dynamischen Sicht auf die Lehre

In der Kontrolltheorie unterscheiden Ingenieure zwischen Feedforward- und Feedback-Control oder auf Deutsch Steuerung und Regelung. Wenn man z.B. einen Roboterarm zur gewünschten Position bewegen möchte, kann man ausrechnen, welche Winkelstellungen die Gelenke haben müssen und wie man dafür die Motoren steuern muss. Das wäre Steuerung: die möglichst perfekte Anweisung, was zu tun ist. Man hat aber nur ein ungenaues Modell dafür, wie der Roboter sich bewegt, weil es unberücksichtigte Reibungen, ungenaue Abmessungen der Armlängen usw. gibt. Und so muss man eine Messung machen, wo genau der Roboter-Arm gerade steht, und ggf. nachkorrigieren. Dieser Prozess ist eine Regelung: die möglichst gute Erfassung des aktuellen Zustands und seine Nachkorrektur.

In meiner Einstellung zur Lehre ist bildlich gesprochen eine Transformation von Feedforward zu Feedback bzw. von der Steuerung zu einer Regelung passiert. Ich versuche nicht mehr, mein Modell von dem, wie Studierende lernen oder wie Mathematik zu unterrichten sei, zu perfektionieren, sondern ich suche nach Wegen, die Unterschiede zwischen meinem Modell und der Realität zu erfassen. Man muss sich im Klaren sein, dass die Unterschiede IMMER bleiben, weil man niemals ein perfektes Modell finden kann. Erstens sind das Lernen und die Mathematik

zu kompliziert und zweitens ändern sich unsere Studierenden mit der Zeit. Es kommen andere Bevölkerungsschichten zum Studium, das Verhaltensmuster, das Vorwissen, das Wertesystem usw. ändert sich. Die einzige Möglichkeit, das Studium sowohl für Lehrende wie für Studierende nicht unnötig schwer zu machen, ist, auf das Feedback der Studierenden, so wie es in JITT und in der Peer Instruction gemacht ist, zu setzen. Früher glaubte ich an einen perfekten Input, mit dem die Studierende die Ziele der Vorlesung erreichen könnten. Das ist sozusagen das Steuerung-Format. Jetzt ist mir klar, dass man auch Regelung braucht. D.h. klares Formulieren des gewünschten Outcomes, kontinuierliche Monitoring der Abweichung zwischen Ist- und Soll-Zustand und

ständige Nachkorrektur. Und es braucht mit den schönen Worten von Pablo Neruda „brennende Geduld“, die ich mir und allen Kollegen wünsche.

Danksagung Ich möchte mich bei meinen Mentoren, allen voran Peter Riegler und Christian Kautz, aber auch Niall Palfreyman und anderen Kollegen dafür bedanken, dass sie mir zeigen, wie spannend die Lehre ist, wenn man sie ernst nimmt und seinen Studierenden zuhört.

Literatur

Zugriffsdatum für alle elektronischen Quellen:
01.10.2021

- [1] **Riegler, P. (2019):** Peer Instruction in der Mathematik. Berlin.
- [2] **Kautz C. (2016):** Wissenskonstruktion. Durch aktivierende Lehre nachhaltiges Verständnis in MINT-Fächern fördern. In: Schriften zur Didaktik in den Ingenieurwissenschaften, 4.
- [3] **Riegler, P. (2012):** Just in Time Teaching: Wer liest und wer lehrt an der Hochschule? In: Waldherr, F., Walter, C. (Hrsg.): Tagungsband zum Forum der Lehre an der Hochschule Ansbach. Ingolstadt, S. 51–57.
- [4] **Riegler, P. (2019):** Decoding the Disciplines – vom Laien zum Experten und noch einmal zu den Anfängen zurück. In Waldherr, F., Walter, C. Riegler P. (Hrsg.): Decoding the Disciplines, Didaktik-Nachrichten, 11, Ingolstadt. S. 3–7. https://diz-bayern.de/DINa/11_2019
- [5] **Cline, K. (2009):** Project MathQuest. <http://mathquest.carroll.edu>
- [6] **Palfreyman, N. (2019):** Bottlenecks: Zwischen glitschigen Konzepten und starren Worten. In: Waldherr, F., Walter, C. Riegler P. (Hrsg.): Decoding the Disciplines, Didaktik-Nachrichten, 11. Ingolstadt, S.28–41. https://diz-bayern.de/DINa/11_2019

Autorin

Dr. **Inna Mikhailova** lehrt Mathematik in Ingenieurstudiengängen an der Hochschule Darmstadt – inna.mikhailova@h-da.de
| Foto: privat



DIETLIND ZÜHLKE

Lehrportfolio in der Mathematik

- Das Lehrportfolio als Aufhänger für die Beforschung der eigenen Lehre kennenlernen
- Potentiale und Herausforderungen des Lehrportfolios verstehen
- Konkrete Umsetzungsideen für ein Lehrportfolio reflektieren
- Hilfestellungen und Weiterentwicklungsmöglichkeiten entdecken

Warum ich ein Lehrportfolio geschrieben habe und jetzt darüber schreibe...

Seit einer Ferienakademie zum Thema „Neuroplastizität - Neurobiologie des Lernens und Erinnerns“ in meiner Schulzeit ist die Frage, wie Menschen lernen und komplexe Zusammenhänge verstehen, für mich von zentralem Interesse. Mein Forschungsgebiet, nämlich die interaktive Verzahnung von Erkenntnisprozessen bei Menschen und Maschinen (interactive machine learning), lebt davon, Menschen mithilfe von mathematischer Modellierung in ihren Verstehensprozessen zu unterstützen. Dafür ist es notwendig, dass die Menschen verstehen, wie mathematische Modelle zu ihren Aussagen kommen (interpretable / explainable machine learning). Genau da knüpft mein Forschungsthema an meine Lehre der Grundlagenmathematik als Professorin für Angewandte Mathematik an. Sie gibt mir Gelegenheit, mich mit den Verstehensprozessen bei Menschen unterschiedlichster Hintergründe auseinanderzusetzen. Für mich ist es deshalb integraler Bestandteil meiner Forschung, auch die Erkenntnisunterstützung bei Studierenden zu untersuchen.

Das Lehrportfolio ist ein wesentlicher Teil der Auseinandersetzung mit der eigenen Lehre. Im Rahmen meiner (Erst-)Berufung an der TH Köln gehörte das Erstellen eines Lehrportfolios zur didaktischen Einführung, welche durch das hauseigene Zentrum für Lehrentwicklung (ZLE) unterstützt wurde. Für die Diskussion und Reflexion rund um das Lehrportfolio stand mir dabei ein didaktischer Coach des Zentrums zur Seite, in meinem Fall Timo van Treeck. Meine Erfahrungen mit dem Lehrportfolio waren und sind so positiv, dass ich mehr Lehrende in der Mathematik dazu animieren möchte, diese Herausforderung anzugehen, als eine Möglichkeit zu forschen und sich weiterzuentwickeln und dabei sich selbst und den Studierenden etwas Gutes zu tun.

Die Grundsätzliche Idee eines Lehrportfolios

Ein Lehrportfolio bezeichnet ein Schriftstück über die Bearbeitung einer konkreten Forschungsfrage im Hinblick auf die eigene Lehre. Für die Forschungsfrage kommen dabei viele Kategorien in Frage. Das Zentrum für Lehrentwicklung der TH Köln nennt in seinem Leitfaden (ZLE – TH Köln) die folgenden:

- Studentisches Lernen ergründen
- Lehrplanung fundieren
- Lehrinnovationen analysieren
- Curriculum entwickeln

Ich hatte mich für die Analyse der Neuaufstellung eines Praktikums im Rahmen der Grundlagenmathematik für Wirtschaftsinformatik im Bachelor entschieden. Da es sich um ein freiwilliges Praktikum handelte und in der Vergangenheit die Teilnehmerzahlen immer weiter zurück gegangen waren, habe ich mich dabei besonders mit den Motivationsaspekten beschäftigt.

Aus meiner Erfahrung würde ich sagen, dass es sehr hilfreich ist, für das Lehrportfolio eine didaktische Frage zu wählen, die ohnehin akut bearbeitet werden muss und die einem wirklich am Herzen liegt. Denn es braucht Motivation, die sporadisch aber sicher auftretenden Herausforderungen in der Beforschung der eigenen Lehre zu überwinden.

Welche besonderen Herausforderungen sind das?

Als Mathematiker:innen sind wir gewohnt, Auswertungen zu machen, welche die Anforderungen statistischer Validität erfüllen und die zu quantitativen, messbaren Aussagen kommen. Vor allem die Vergleichbarkeit, Wiederholbarkeit und Objektivität sind dabei Qualitäten, die wir als wichtig erachten. All diese Bedingungen sind in Scholarship of Teaching and Learning (SoTL) schwer erfüllbar. Und dennoch ist es möglich, qualitativ hochwertige Erkenntnisse zu gewinnen. Dafür muss man sich allerdings von der allzu naturwissenschaftlichen Herangehensweise freimachen. Ansätze für die mögliche Methodik finden sich in der Kognitions- oder Verhaltensforschung, denn genau diese Bereiche berührt die Beobachtung der Studierenden in den Veranstaltungen.

Eine weitere Herausforderung, die sich besonders in den letzten zwei Jahren bemerkbar gemacht hat, ist die Unstetigkeit der Rahmenbedingungen unserer Lehre. Die Corona-Pandemie hat die Hochschullehre grundlegend verändert und meinem Lehrportfolio eine unerwartete Betrachtungsdimension hinzugefügt. Simple Annahmen über Interaktionsmöglichkeiten waren in Frage gestellt und letztlich nicht mehr gültig. Es gilt, in dieser Hinsicht auch die Rahmenbedingungen immer flexibel mitzudenken und soweit möglich zu gestalten.

Warum sollte ich überhaupt eine Forschungsfrage in dieser Form bearbeiten?

Wie in jeder Forschung ist die Auseinandersetzung mit der jeweiligen Frage ein Ansatz, den eigenen Horizont zu erweitern und relevante Erkenntnisse zu erlangen. In der Auseinandersetzung mit einschlägiger Literatur zum Thema, sei diese nun didaktischer, fachlicher oder fachfremder Art (z.B. aus den Kognitionswissenschaften), erkennt man nicht nur, was Andere zu dem Thema bereits gemacht und gedacht haben. Diese Auseinandersetzung schärft auch den Blick dafür, auf welche Faktoren man in der Bearbeitung der Frage achten kann und muss.

Zusätzlich dazu eröffnet die Beforschung der eigenen Lehre Perspektiven auf die inneren Beweggründe, Überzeugungen und Ansprüche an die eigene Lehre. Diese werden auf den Prüfstand gestellt: Sind sie realistisch? Welche sind mir wirklich wichtig? Verhalte ich mich entsprechend? Dies ermöglicht es, Anpassungen vorzunehmen – an den Ansprüchen und / oder den Handlungen – und damit einen besseren Einklang dazwischen herzustellen. Dies sollte nicht nur die Authentizität in der Lehre und damit deren Qualität, sondern auch die eigene Zufriedenheit steigern.

Auf meinen Erfahrungen als Schülerin, Studentin und im späteren Beruf als Datenwissenschaftlerin und Unternehmensberaterin aufbauend, versuche ich meine Lehre kompetenzorientiert zu gestalten. Dies gelingt mir am ehesten in projekthaften Lehrformaten mit direkter Interaktion in Form von konstruktiv-kritischer Interaktion (Miake 1986, 151) zwischen Studierenden. Ich sehe mich dabei als Coach und versuche den individuellen Lernfortschritt und gedanklichen Prozess der Studierenden nachzuvollziehen. Auf diese Weise sollten sich zum Beispiel Fehlkonzepte identifizieren lassen (Risch 2014, 204) und ich kann in geeigneter Weise, wo sinnvoll und notwendig, tätig werden. Die Handlungsmöglichkeiten sind entweder das Korrigieren von Fehlvorstellungen – auch reparieren genannt – oder die Unterstützung in der Identifikation der Widersprüche und möglicher Auflösungen – auch als elizitieren bezeichnet. Diese Idealvorstellung lässt sich jedoch in den Grundlagenveranstaltungen großer Bachelorstudiengänge meist nicht einlösen.

Um mehr über meine Lehrmotivation zu erfahren und auch mein Handeln in der Lehre zu reflektieren, führte ich ein Teaching Perspectives Inventory (TPI, Pratt u. Collins 2020) durch. Als Onlinetool erlaubt es einem Lehrenden über die Beantwortung ausgewählter Fragen einen Blick auf die eigene Lehre zu entwickeln. Das Instrument ist umso genauer und aussagekräftiger, je mehr man sich auf eine bestimmte Veranstaltung oder Herausforderung bei der Beantwortung der Fragen konzentriert. Untersucht werden hierbei die Aspekte:

- TRANS – Transmission / Wissensvermittlung
- APPREN – Apprenticeship / Kompetenzentwicklung / Ausführenlassen
- DEVEL – Developmental / Entwicklung aus Lernendensicht

■ NURTUR – Nurturing / Nähren / Motivation

■ REF – Social Reform / Wertevermittlung

Für alle Aspekte wird ermittelt, inwieweit sie in den eigenen Überzeugungen eine Rolle spielen (B-Balken, Belief), in der Lehrintention reflektiert sind (I-Balken, Intention) und sich im konkreten Lehrhandeln umsetzen (A-Balken, Act).

Die von mir oben beschriebene Diskrepanz zwischen meinem Lehranspruch als Coach und den Möglichkeiten in der betrachteten großen Grundlagenveranstaltung, spiegelte sich dabei auch in den Ergebnissen meines TPI wider (siehe Abbildung 1). Das Profil ist relativ ausgeglichen, was die unterschiedlichen Rollen und Standpunkte wiedergibt, die ich dabei einnehmen muss. Während bei den Überzeugungen das Nährende den höchsten Wert erreicht, ist es in der Intention der Entwicklungsaspekt, was sich mit der heterogenen Zielgruppe erklärt. Im konkreten Handeln bekommt jedoch die Kompetenzvermittlung das höchste Gewicht, was meine eigenen positiven Erfahrungen als Lernende reflektiert.

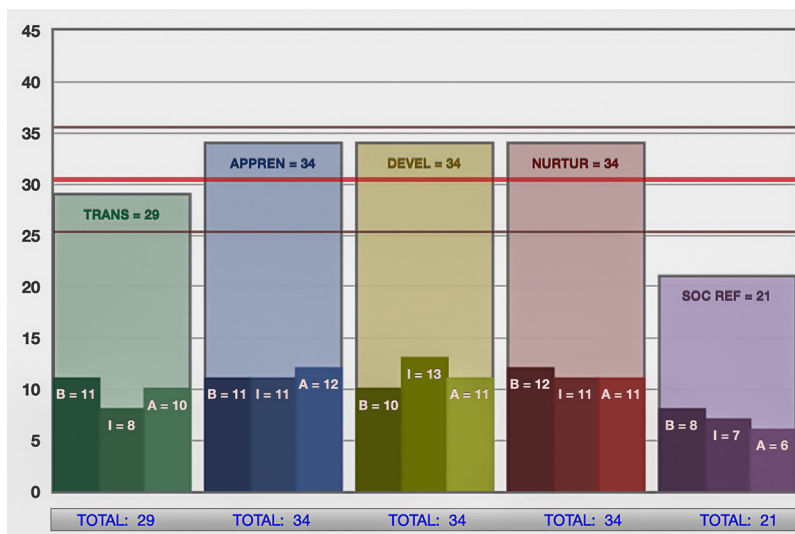


Abbildung 1 Ergebnisgrafik meines TPI-Tests
(Grafik: www.teachingperspectives.com/tpi/)

Wie geht man es nun konkret an, das Lehrportfolio?

Wie finde ich die Forschungsfrage?

Am Anfang steht die Formulierung einer – ggf. auch erstmal vagen – **Forschungsfrage** mit Bezug auf die eigene Lehre. Wie oben erwähnt, ist eine aktuelle, konkrete Herausforderung hier eine gute Basis, um die notwendige Motivation zu bündeln. Wichtig dabei ist auch die Frage nach dem zu erreichenden Ziel, welches sich den oben genannten Kategorien für SoTL-Fragestellungen zuordnen lässt, zum Beispiel (ZLE – TH Köln 2018):

■ Verbesserung einer Lehrveranstaltung

■ Verbessertes Verständnis

- von Studierenden
- von Rahmenbedingungen

■ Verbesserung eines Studienganges

Dabei sollte auch sehr genau reflektiert werden, welche Veranstaltung bzw. welcher Studiengang betrachtet werden soll. Je mehr man hier selbst beeinflussen und gestalten kann, desto besser hat man die Bedingungen für die Forschung unter Kontrolle.

Ich stand vor der Herausforderung in meinem zweiten Semester an der Hochschule das Grundlagenpraktikum zur Mathematik in der Bachelorausbildung der Wirtschaftsinformatiker zu gestalten. Das Praktikum war freiwillig und hatte in den vergangenen Jahren immer weniger Zuspruch von den Studierenden erhalten. Konkret strebte ich hier eine Verbesserung dieses Teils der Lehrveranstaltung an, da es mir wichtig ist, Studierenden die Berührungsängste mit der Mathematik zu nehmen und sie für die Möglichkeiten mathematischer Modellierung zu begeistern. Es ging mir darum, das Praktikum attraktiver zu gestalten, damit mehr Studierende das Praktikum über die gesamte Semesterzeit besuchen und erfolgreich abschließen.

Das bisherige Praktikumsformat sah vor, dass Studierende in selbst gewählten Projektgruppen von 3-5 Personen ein Thema gemeinsam erarbeiten und vertiefen, welches aus einem Katalog von Themen ausgewählt werden konnte. Als Abschluss sollte dazu eine Präsentation vor den Mitstudierenden gehalten werden. Diese sollte die Mitstudierenden in die Lage versetzen, ein Arbeitsblatt zu lösen, welches von der Projektgruppe erstellt worden war. Ein zusätzlich anzufertigender Projektbericht sollte zeigen, dass das Thema auch detailliert schriftsprachlich dargestellt werden kann. Aus 10 Themenvorschlägen, die durch Überschriften und Referenzen gegeben waren, konnte jede Projektgruppe zwei Themen vorauswählen. Die Vergabe des letztendlichen Themas fand dann im ersten Praktikumstermin (mit Termingruppen von ca. 25

Studierenden) statt. Hierbei sollte jedes Thema pro Termingruppe nur einmal vorkommen.

Für die selbstständige Erarbeitung der Inhalte des Praktikumsthemas über Literatur standen zusätzlich Praktikumsbetreuer:innen zur Verfügung, die jeweils bestimmte Themen vertraten und Fragen beantworten und Hilfestellungen geben konnten. Das Praktikum wurde neben dem hauptverantwortlichen Professor von einem wissenschaftlichen Mitarbeiter und ein bis zwei studentischen Hilfskräften betreut. Es gab insgesamt vier Präsenztermine mit jeweils zwei Unterrichtsstunden. In den ersten beiden Terminen war neben Konsultationen auch die selbstständige Bearbeitung von Arbeitsblättern vorgesehen. Das erste behandelte dabei ein Anwendungsproblem der Optimierung unter Nebenbedingungen. Im zweiten Termin gab es jeweils zu den Projektthemen abgestimmte Arbeitsblätter. In dem dritten und vierten Termin fanden die Präsentationen statt.

Da das Praktikum nur ein Teil der Grundlagenveranstaltung zur Mathematik in der Wirtschaftsinformatik war und der Hauptteil der Veranstaltung von einem anderen Professor verantwortet wurde, gab es Rahmenbedingungen, die eingehalten werden mussten, z.B. den Themenpool bezogen auf die mathematischen Hintergründe, den möglichen Zeitaufwand für das Praktikum sowie die zur Verfügung stehenden Zeiteinheiten für die konkreten Veranstaltungen. Dies schränkte den Handlungsspielraum zwar etwas ein, erschien mir dennoch als geeignet, weil es gleichzeitig eine gewisse Übersichtlichkeit in der Fragestellung bedeutete.

Ein weiterer Gesichtspunkt, der bei der Auswahl der Forschungsfrage beachtet werden sollte, ist die **Zielgruppe**. Ist es wirklich nur eine Zielgruppe, oder gibt es mehrere, die von der Fragestellung betroffen sind? Welche Informationen habe ich über die Zielgruppe(n)? Wie genau kann ich diese beschreiben? Was gilt es noch über die Zielgruppe(n) herauszufinden? Was bedeutet dies für meine Zielsetzung?

Die mit meiner Forschungsfrage angesprochene Zielgruppe, also Studierende der Wirtschaftsinformatik im zweiten Semester ihres Bachelors, stellt insofern eine Herausforderung dar, als sie von den Voraussetzungen sehr heterogen ist. Neben Studierenden, die ihr Studium relativ frisch aus der „klassischen“ Schullaufbahn kommend aufnehmen, kommen wesentliche Anteile der Teilnehmenden aus einer berufsfachlichen Ausbildung mit Wirtschaftshintergründen oder wechseln aus anderen Informatik-Studiengängen. Gerade mit Bezug auf die Motivationsstruktur sollte sich diese Heterogenität als Herausforderung darstellen, die ich im Nachgang betrachtet als eigenständige Fragestellung hätte bearbeiten können und sollen. Hier ist es hilfreich, sich bei den Studienbüros oder anderen zentralen Einrichtungen der Studienzulassung einen konkreten Einblick in die Zusammensetzung der Bildungsvoraussetzungen der Studierenden zu holen, soweit es die erhobenen Daten zulassen.

Nicht zuletzt gehören zu der Zielgruppe aber auch immer diejenigen Mitarbeitenden, die die Lehrveranstaltung unterstützen. Auch für diese ist es wichtig, nicht nur die Forschungsfrage zu verstehen, sondern diese auch mitzutragen und ggf. mitgestalten zu können. Dies spielt nicht nur für die Umsetzung konkreter Veränderungen eine große Rolle, sondern

die Beobachtungen der Mitarbeitenden liefern gegebenenfalls weitere wertvolle Anhaltspunkte zur Bewertung von Veränderungen. Teilweise sind Studierende Mitarbeitenden gegenüber offener, was ein ehrliches Feedback ermöglicht.

Wie kann ich systematisch vorgehen?

Steht die Forschungsfrage, kommt es darauf an, sich vor der Untersuchung bzw. der Veränderung eine **systematische Vorgehensweise** zu erarbeiten. Man muss von Anfang an darauf achten, die zu betrachtenden Faktoren zu identifizieren (z.B. Teilnahmezahlen, Bearbeitungszeiten, Rückfragezahlen, ggf. Noten) und sich über ihre Gewichtung für eine Bewertung zu entscheiden. Damit einhergehend muss man die Frage beantworten, was genau untersuche ich? Wie kann ich dies beschreiben oder ggf. sogar messen? Dazu gehört die Reflexion der Unsicherheiten in den Messungen, Beschreibungen sowie in den Rahmenbedingungen.

Bei der systematischen Vorgehensweise steht man zwangsläufig vor der Herausforderung, dass sich einige Rahmenbedingungen so stark ändern, dass die gewünschte Systematik sowie die Vergleichbarkeit nicht gegeben sind. Mich hat dies zunächst demotiviert, weil ich die Aussagekraft der Beobachtungen angezweifelt habe. Ein Blick in die Sozialwissenschaften und speziell von Beobachtungen geprägter Disziplinen wie der Verhaltens- und Kognitionswissenschaft zeigt hier Wege aus dem Dilemma der Vergleichbarkeit.

In meinem Fall wuch die Studierendenzahlen in dem Semester, in dem ich die Veränderungen einführte, aus meiner Sicht deutlich von den Zahlen der Vorsemester ab. Hinzu kam die Corona-Pandemie, so dass sich die Lehrformate und die Zugänglichkeit für die Studierenden vollkommen änderten und eine Vergleichbarkeit auch in dieser Hinsicht nicht gegeben war. Die Sozialwissenschaften zeigen, wie wichtig es ist, Informationen über diese Rahmenbedingungen aufzunehmen und somit die Potentiale und Grenzen der eigenen Erhebung sichtbar zu machen, „sine ira et studio“. So entschied ich mich sowohl die Studierendenzahlen (eingeschrieben, angemeldet, abgeschlossen) aufzunehmen sowie Zugriffszahlen bei digitalen Angeboten, aber auch Kommentare zum Praktikum und seinen Themen.

Sind die Vorgehensweise und die Rahmenbedingungen geklärt, gilt es vor der Untersuchung noch, die Hypothesen zu formulieren. Was genau erwarte ich von der Untersuchung bzw. der Veränderung, die ich analysiere? Wie sollte sich dies auf die identifizierten Faktoren auswirken? Welche Beobachtungen kann ich dazu machen?

Ich wählte für mein Lehrportfolio die folgenden Hypothesen:

1. Greifbare Anwendungsszenarien wecken das Interesse der Studierenden.
2. Leicht zugängliche Informationen verringern die Gefahr der Demotivation der Studierenden.

3. Das Praktikum kann auch in digitaler Form für die Studierenden motivierend und wertbringend durchgeführt werden.

Die erste Hypothese ist dabei meiner ursprünglichen Idee zur Beforschung des Praktikums am nächsten. Hier geht es um die positive Bearbeitung des Themas Motivation, also deren Stärkung. Schnell wurde aus den Bemerkungen zum früheren Praktikum aber klar, dass es auch gilt, eine Demotivation zu verhindern. Hier trat die zweite Hypothese hinzu, dass gerade eine schwierige Zugänglichkeit zu Informationen und Informationsquellen bei einer freiwilligen Veranstaltung die Motivation schnell beseitigen. Diese Hypothese gewann auch durch die Corona-Pandemie weitere Bedeutung, da Bibliotheken geschlossen waren und somit der Zugang zu den Quellen für wissenschaftliche Literatur eingeschränkt war. Vor diesem Hintergrund entstand auch die dritte Hypothese, da es notwendig war, ein digitales Format für das Praktikum zu finden, welches die Studierenden positiv bindet.

Entlang der Hypothesen war es mir nun möglich, meine Vorgehensweise weiter zu strukturieren und zu entwickeln. Auf Basis von Praktikumsaufgaben früherer Semester und mit Kollegen und Mitarbeitern entwickelten sich Ideen für Anwendungsszenarien, die als Aufhänger für die neuen Aufgaben dienten. Ich adaptierte die Beschreibung der Aufgaben komplett auf die Anwendungen und verknüpfte sie mit Literatur, die auch online in unserer Hochschul-Bibliothek zur Verfügung stand. Weiterhin bündelte ich alle Informationen zum Praktikum in einem zentralen Dokument.

Gemeinsam mit dem Professor, der die Vorlesung zur Mathematik hielt, entschied ich, den prinzipiellen Ablauf des Praktikums beizubehalten. Als Ersatz für die Präsenztermine wurden Zoom-Sessions angeboten. Die Aufteilung der Studierenden in die Projektgruppen, die sonst in physische Räume geschah, wurde mit Break-Out-Sessions gelöst. Um den Studierenden weitere Übungsmöglichkeiten digital zur Verfügung stellen zu können, wurde das Tool MathWeb (Giebermann 2020 und Giebermann/Friese 2018) genutzt. Analog zu den projektbezogenen Arbeitsblättern sollte hier eine Sammlung von Aufgaben entstehen, welche die Studierenden an ihr Thema heranführen sollten. MathWeb ermöglicht den Studierenden, Ergebnisse von Aufgaben einzugeben und automatisch überprüfen zu lassen. Außerdem werden auf Wunsch Hilfen und Musterlösungen angezeigt. Besonders attraktiv war bei diesem Tool, dass MathWeb direkt in unsere Lernplattform Ilias eingebunden werden konnte und die Themensammlungen in Form von „Lernkarten“ abbildbar waren. Bei der Zusammenstellung der Aufgaben musste ich jedoch feststellen, dass manche Themenbereiche (z.B. statistische und stochastische Themen) in der aktuellen Aufgabensammlung von MathWeb nicht ausreichend abgedeckt sind. Deshalb entstanden mal umfassendere, mal eher kleinere Lernkarten. Die Möglichkeit, mit diesem Tool gezielt zu üben, wurde den Studierenden in der jeweils ersten Praktikumssitzung genannt und auch auf den Ort „Ilias-Ordner des Mathematikpraktikums“ mündlich hingewiesen. Jedoch verzichtete ich auf eine ausführlichere Beschreibung oder Demonstration der MathWeb-Lernkarten, was sich später als nachteilig herausstellen sollte.

Wo finde ich Informationen, Anregungen?

Die genaue Beschreibung der Forschungsfrage und Vorgehensweise ermöglichen durch das Aufspannen des gesamten Problemraums auch die Identifikation und Sichtung von Literatur zu verwandten Themen. Auch die Diskussion mit Kolleg:innen oder entsprechenden Didaktiker:innen hilft hier, eine ausreichende Diversität und Abdeckung der Literatur zu erhalten.

Da ich eine Grundlagenveranstaltung als Betrachtungsgegenstand gewählt hatte, suchte ich zunächst nach fachdidaktischen Veröffentlichungen genau zu dieser frühen Studienphase. Risch (2014) charakterisiert diese Phase durch den Übergang in die stärker abstrahierende und wissenschaftliche Nutzung der Mathematik, die dazu führen kann, dass Studierende unterer Semester Mathematik häufig als „Angstfach“ und „Belastung“ erleben. Fehlvorstellungen aus der Alltagswelt müssen hier hinterfragt werden (Risch 2014, 204) und neue geeignete Abstraktionskonzepte für die wissenschaftliche Bearbeitung erlernt werden, im Rahmen eines „conceptual change“ (Hank 2015, 7 – ein Konzept, auf das mein Coach mich aufmerksam gemacht hatte). In der positiven Betrachtung liefert z.B. Hoppenbrock et. al. 2013, 21 für diese heikle Phase des Studienbeginns mehrere Beispiele, wie mathematische Grundlagenformate aktivierend, problemorientiert und lernförderlich gestaltet werden können.

Meine weitere Annäherung zur fachdidaktischen Literatur fand über die bereits oben angeklungene Kompetenz statt, die aus meiner Sicht die wichtigste ist, die es in der Grundlagenmathematik der Informatik zu vermitteln gilt, nämlich die Abstraktionsfähigkeit. Für mich ist dies die Fähigkeit, komplexe Zusammenhänge konsistent und umfassend auf mathematische Formulierungen abzubilden und mit Hilfe mathematischer Instrumente einer Lösung zuzuführen. Auf der Suche nach geeigneter Literatur dazu stellte ich gemeinsam mit meinem Coach fest, dass diese Kompetenz in der internationalen Fachdidaktik als „mathematische Modellierungskompetenz“ bezeichnet wird (Borromeo Ferri/Blum 2018). Dank dieser Begriffsklärung fand ich Literatur, welche auch die Rolle dieser Kompetenz im schulischen Matheunterricht reflektierte. So sollte diese Kompetenz seit 2003 im Unterricht verankert sein (Borromeo Ferri/Blum 2018, 5), wird jedoch von den meisten Schüler:innen nicht erreicht (Riegler 2014, 242).

Eine weitere Orientierungsrichtung für Informationen und Anregungen stellen Veröffentlichungen der eigenen Hochschule dar. Dies gilt dabei nicht nur für Hochschulen mit expliziten didaktischen Einrichtungen, wie dem Zentrum für Lehrentwicklung der Technischen Hochschule Köln. Auch didaktische Veröffentlichung von Kolleg:innen können wertvolle Anregungen liefern. In meinem Fall halfen mir die veröffentlichten Ziele exzellenter Lehre der TH Köln, z.B. in Lehr- und Lernkultur der TH Köln – Strategische Leitlinien zu Lehre und Studium (TH Köln 2018) weitere Dimensionen zur Beforschung meiner Lehre zu identifizieren.

Und was dann?

Aufbauend auf den Ergebnissen der Literaturrecherche werden nun die Erfahrungen und Beobachtungen in der Lehre nach den vorher als relevant erkannten Faktoren analysiert. Dafür müssen die Beobachtungen systematisiert und zusammengetragen werden. Eventuell werden sie durch Befragungen sinnvoll ergänzt. Die kombinierten Ergebnisse gilt es dann im Bezug auf die Faktoren, Hypothesen und Erwartungen zu reflektieren. Sind die Hypothesen bestätigt worden? Wenn nein, warum nicht? Stimmen die Grundannahmen? Gab es z.B. Änderungen in den Rahmenbedingungen?

Zur Evaluation der Motivation durch greifbare Anwendungsszenarien hätte man ggf. eine Erhebung im Sinne einer Befragung durchführen können. Da von den Studierenden in verschiedenen Kontexten allerdings immer wieder auf die starke (auch zeitliche) Belastung durch die spontane Umstellung auf digitale Lehrformate hingewiesen wurde, sah ich nur geringe Chancen für eine gute Beteiligung. Deshalb musste ich andere Anhaltspunkte für die Bewertung heranziehen. So war in dem Termin zur Vergabe der Projektthemen zu beobachten, dass Gruppen ihre Themenwahl regelrecht verteidigten und manche Studierende angaben, dass sie unbedingt ein ganz bestimmtes Thema machen wollten, weil es sie am meisten interessierte. Dies nahm ich zum Beispiel als gutes Indiz, dass die Studierenden durch die Themen motiviert waren. Auch Vorkenntnisse wurden als Motivationsfaktor angegeben.

Um den Einfluss der leichteren Zugänglichkeit von Informationen auf die Motivation zu evaluieren, betrachtete ich die Nutzung der angegebenen Ebook-Quellen. Diese wurden tatsächlich seltener in den Präsentationen genutzt, als erwartet. Die Rückmeldung der Studierenden dazu war, dass die Bücher „zu komplizierte Formulierungen“ enthielten. Bei der Quellenanalyse ergab sich ein weiterer Befund. Häufig wurden Videoquellen genutzt, die teilweise jedoch von zweifelhafter Qualität waren. Hier möchte ich zukünftig früher mit den Studierenden in eine gemeinsame Reflexion zu den verwendeten Quellen einsteigen. Dabei kann auch ein weiterer Aspekt explizit adressiert werden, der in der Analyse aufgetaucht ist, nämlich die Schwierigkeiten durch die Verwendung verschiedener Notationen in unterschiedlichen Quellen. Dies sind gute Beispiele dafür, dass die Evaluation einer Fragestellung häufig weitere Fragen aufwirft, ganz so wie wir es aus der Forschung gewohnt sind.

Die Evaluation des digitalen Ersatzes für die Präsenztermine ergab sich direkt in der Durchführung. Offenkundig war hier das Fehlen guter Eingabemöglichkeiten für die virtuelle Tafel. Auch wenn es eine Whiteboard-Funktionalität in Zoom gibt, so erlaubt eine Computermaus, aber auch ein normaler Touchscreen nicht die gleichen selbstverständlichen Schrift- und Zeichenmöglichkeiten einer Tafel oder eines echten Whiteboards. Zahlreiche Studierende nahmen auch per Smartphone teil und kamen mit der Auflösung der Geräte an die Grenzen. Als Alternative wäre eine Verbalisierung der mathematischen Überlegungen in Betracht gekommen, jedoch ist das eine Kompetenz, die bisher weder in den meisten Schulen, noch in der Hochschule explizit gefordert und gefördert wird. Damit sind allerdings auch didaktische Konzepte wie konstruktive Interaktionen, Elizitieren oder Reparieren praktisch unmöglich. Es ist somit kein guter Ersatz für Präsenz an der Hochschule gegeben.

Bei der Evaluation der digitalisierten Übungsaufgaben konnte auf erhobene Zugriffszahlen zurückgegriffen werden. Leider wurden diese so gut wie nicht angenommen. Einzelne in den Terminen dazu befragte Studierende verweisen auf die Hürde, sich ein weiteres Tool aneignen zu müssen. Besonders in der Corona-Pandemie sahen sich die Studierenden mit einer Vielzahl neuer Tools und digitaler Besonderheiten konfrontiert. Dies spricht aus meiner Sicht dafür, dass eine systematische Einführung des Tools meinerseits in einer der Veranstaltungen hier geholfen hätte, die Barriere abzubauen.

Ein weiterer wichtiger Punkt der Reflektion der Ergebnisse zur Fragestellung ist, inwieweit die Ergebnisse auf andere Lehrveranstaltungen und andere Herausforderungen übertragbar sind. Welche Erkenntnisse kann man aus der Forschung und ggf. speziell aus der Literaturrecherche in andere Bereiche tragen?

Für mich war eine zentrale (Wieder-)Erkenntnis, wie wichtig es ist, sich immer mal wieder die Zeit und Muße zu nehmen von der aktuellen Lehrherausforderung einen Schritt zurückzutreten und die notwendige kritische Distanz zum eigenen Lehrhandeln und zur Planung der nächsten Schritte einzunehmen. Mit einer Reflexion vor allem der Studierenden-sicht kann die Lehre dann konstruktiver und erfolgreicher gestaltet werden.

Was hilft einem besonders?

Wie so oft in der Forschung ist es auch bei SoTL und dem Lehrportfolio besonders hilfreich, sich mit anderen Forschenden auszutauschen. Bei Menschen aus der Didaktik bekommt man wertvolle Hinweise zu Ansätzen, wie die beforschte Lehrfragestellung kategorisiert und ggf. aus anderer Sicht beantwortet wurde. Für mich war dabei der didaktische Hintergrund des Zentrums für Lehrentwicklung an der TH Köln und speziell meines Coachs Timo van Treeck wertvoll. Im Austausch mit Menschen, die vor derselben oder ähnlichen didaktischen Herausforderungen stehen, erlebt man zudem zusätzlich Ideen, Reflektionen und Erfahrungen, die sich direkt auf die eigene Forschungsfrage abbilden lassen. Mir hat dabei der Austausch im Arbeitskreis Ingenieursmathematik des Netzwerk hdw nrw (Netzwerk Hochschuldidaktische Weiterbildung NRW) geholfen, ein klareres Bild zur Gestaltung von Mathematikaufgaben zu gewinnen.

Warum ein Lehrportfolio nie ganz fertig ist...

Viele der Forschungsfragen, die man sich für ein Lehrportfolio stellen kann, werden nicht abschließend zu beantworten sein. Dies hat mehrere Gründe. Neben der Veränderung der Rahmenbedingungen wie oben bereits angesprochen, verändern sich auch unsere Studierenden und deren Voraussetzungen im Laufe der Zeit. Darüber hinaus entwickeln sich die medialen und realen Interaktionsmöglichkeiten immer weiter. Alles ist im Fluss und so kann auch unsere Beantwortung der Forschungsfrage immer nur ein Zwischenfazit sein. Es ist wichtig, sich immer wieder die veränderten Bedingungen und Faktoren vor Augen zu ziehen und die unter diesen Bedingungen bestmögliche Antwort zu finden.

Literatur

Zugriffsdatum für alle elektronischen Quellen 01.11.2021

- [4] **Borromeo Ferri, R.; Blum, W. (2018):** Lehrerkompetenzen zum Unterrichten mathematischer Modellierung - Konzepte und Transfer. 1. Wiesbaden.
- [5] **Giebertmann, K. (2020):** MathWeb. <https://mathweb.de/index.php>
- [6] **Giebertmann, K. ; Friese, N. (2018):** MathWeb - interaktives Lernen in Mathematikmodulen. In: Beiträge zu Praxis, Praxisforschung und Forschung Jahrgang 2018, S.362–376.
- [7] **Hank, B. (2015):** Conceptual Change - relevant für die Hochschullehre? In: Berendt, B.; Voss, H.-P.; Wildt, J. (Hrsg.): Neues Handbuch Hochschullehre. Berlin: DUZ Verlags- und Meienhaus GmbH, 70. A 2.8
- [8] **Hoppenbrock, A.; Schreiber, S.; Göller, R.; Biehler, R.; Büchler, B.; Hochmuth, R.; Rück, H.-G. (2013):** Mathematik im Übergang Schule/Hochschule und im ersten Studienjahr. In: Biehler, R.; Hochmuth, R.; Rück, H.-G. (Hrsg.): Extended Abstracts zur 2. khdm Arbeitstagung. Kassel.
- [9] **TH Köln (2018):** Lehr- und Lernkultur der TH Köln – Strategische Leitlinien zu Lehre und Studium. https://www.th-koeln.de/mam/downloads/deutsch/hochschule/profil/lehre/strategische_leitlinien_zu_lehre_und_studium.pdf

- [10] **ZLE - TH Köln (2018):** Leitfaden für das Lehrportfolio. https://www.th-koeln.de/mam/downloads/deutsch/hochschule/organisation/zle/leitfaden_lehrportfolio.pdf
- [11] **Miyake, N. (1986):** Constructive Interaction and the Iterative Process of Understanding. In: Cognitive Science 10, Nr. 2, S. 151–177. http://dx.doi.org/10.1207/s15516709cog1002_2
- [12] **Pratt, D. D.; Collins, J. B. (2020):** Teaching Perspectives Inventory. <http://www.teachingperspectives.com/tpi/>
- [13] **Riegler, P. (2014):** Schwellenkonzepte, Konzeptwandel und die Krise der Mathematikausbildung. Zeitschrift für Hochschulentwicklung Jg. 9 / Nr. 4, 11, S. 241-257.
- [14] **Risch, M. (2014):** Anfangsschwierigkeiten von Ingenieurstudierenden und Fehlverständnisse in Mathematik und Naturwissenschaften. In: Huber, L.; Pilniok, A.; Sethe, R.; Szczyrba, B.; Vogel, M. (Hrsg.): Forschen-des Lehren im eigenen Fach - Scholarship of Teaching and Learning in Beispielen. Blickpunkt Hochschuldidaktik. 125. Bielefeld, S. 203–228.

Autorin

Prof. Dr. **Dietlind Zühlke** lehrt Mathematik und Machine Learning in Informatikstudiengängen der Technischen Hochschule Köln – dietlind.zuehlke@th-koeln.de
| Foto: Foto + Digital Zentrum Siegburg

IMPRESSUM

SCHOLARSHIP OF TEACHING AND LEARNING IN DER MATHEMATIK

MATHEMATIK-LEHRE FORSCHEND BETRACHTEN

Herausgeber: Peter Riegler & Christoph Maas

Titellayout: azeptDesign

ISBN E-Book: 978-3-96037-360-5

DOI: 10.36197/DUZOPEN.030

DUZ Verlags- und Medienhaus GmbH | Kaiser-Friedrich-Straße 90 | 10585 Berlin

Geschäftsführer: Dr. Wolfgang Heuser

Handelsregister Berlin-Charlottenburg: HRB 168239B

Umsatzsteuer-Identifikationsnummer: DE301227734

Telefon: +49 30 21 29 87-0 | Telefax: +49 30 21 29 87-20 | E-Mail: info@duz-medienhaus.de

www.duz-medienhaus.de

2022 DUZ Verlags- und Medienhaus GmbH, Berlin



Dieses Werk ist lizenziert unter einer Creative Commons Namensnennung – Nicht-kommerziell – Keine Bearbeitungen 4.0 International Lizenz

Haftungsausschluss:

Das Werk wurde von den Autor:innen, den Herausgebern und Verlag mit größter Sorgfalt zusammengestellt. Haftung für eventuelle sachliche Fehler kann jedoch nicht übernommen werden. In den Beiträgen verweisen wir auf Links zu externen Internet-Seiten. Trotz sorgfältiger inhaltlicher Kontrolle schließen wir die Haftung für die Inhalte dieser Seiten aus. Für den Inhalt dieser externen Internet-Seiten sind ausschließlich deren Betreiber verantwortlich. Geschützte Warenzeichen werden nicht besonders kenntlich gemacht. Aus dem Fehlen eines solchen Hinweises kann nicht geschlossen werden, dass es sich um einen freien Warennamen handelt. Für jedes nicht von unseren Autor:innen verfasste Material wurden Rechte nachgefragt. Sollten dennoch an einzelnen Materialien weitere Rechte bestehen, bitten wir um Benachrichtigung.

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.dnb.de> abrufbar.